ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 FÉVRIER 1928.

PRÉSIDENCE DE M. MAURICE HAMY.

MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Théorie cinétique d'un gaz au voisinage d'une paroi. Position du problème mathématique.* Note de M. **Marcel Brillouin**.

Paroi. — Je suppose que les rayons de courbure mesurable de la paroi sont très grands par rapport aux distances moyennes et aux chemins moyens des molécules du gaz. Cherchant seulement à préciser le rôle de la paroi, je la supposerai grossièrement plane.

La paroi intervient par sa forme géométrique fine, et par le champ de forces moléculaires qui en émane; structure rigoureusement ou statistiquement périodique, suivant qu'il s'agit de faces cristallines de clivage ou de surfaces fondues, avec superposition d'ondulations grossières pour les surfaces travaillées.

Rôle de la paroi. — On peut attribuer à la paroi (x, y), comme l'a déjà proposé Maxwell en 1868, un double rôle.

I. La paroi peut réfléchir, par choc ou action progressive du champ de force, chaque molécule incidente suivant une loi rigoureusement définie; la probabilité de vitesse après réflexion est alors entièrement définie par la probabilité de la vitesse incidente, et les circonstances moléculaires du choc. Pour définir celles-ci, on pourra, dans le cas du choc pur, employer la direction de la ligne de jonction du centre de la molécule mobile au centre de la molécule pariétale qu'elle choque, au moment du renversement de vitesse, ou une donnée analogue dans le cas des rencontres, ce qui fait deux paramètres si les molécules gazeuses et pariétales sont supposées isotropes. Une circonstance qui complique la relation entre la vitesse réfléchie et la vitesse incidente, — sans augmenter le nombre des paramètres néces-

saires — provient de ce que la rugosité moléculaire de la paroi est assez accentuée pour que le changement de signe de la vitesse normale ne se produise *souvent* qu'après un deuxième choc, presque simultané, par une des molécules pariétales *contiguës* de la première choquée.

II. Les molécules gazeuses incidentes peuvent être absorbées (comme par solution), suivre à l'intérieur de la paroi une route prolongée, et ralentie, en un mot prendre, pour une durée que nous ne savons pas définir, le mouvement d'ensemble de la paroi; puis être de nouveau *émises* par celle-ci, suivant une loi de direction entièrement définie par la paroi, sans aucune relation avec celle des molécules incidentes au même instant, sous la seule condition d'égalité de nombre total.

Il faut donc distinguer, pour les molécules dont la vitesse normale à la paroi w' est positive (qui rentrent dans le gaz), deux lois de probabilité, dont l'importance relative caractérise la paroi.

I. Choc ou rencontre : $\Pi_{I}(u, v, w_{-}, u', v', w'_{+}, \alpha, \beta)\, du \ldots du' \ldots d\alpha\, d\beta$.

II. Absorption : $\Pi_{II}(uvw)\, du\, dv\, dw$; émission : $\Pi_{III}(u'v'w'_{+})\, du'\, dv'\, dw'$.

Tout ceci pour $z = 0$, plan auxiliaire *géométrique*, qui définira désormais la paroi.

Nous n'avons actuellement pas de vues suffisantes sur l'absorption superficielle pour pouvoir déterminer Π_{II} ou Π_{III}, sauf quelques indications de symétrie. On peut aller plus loin pour Π_{I} dans le cas du choc.

Couche gazeuse, voisine de la paroi. — Au voisinage immédiat de la paroi, la distribution des vitesses dépend trop de la paroi pour qu'on puisse la définir par *une seule* fonction continue. Il y a, suivant la provenance des molécules, une véritable discontinuité de probabilités à la paroi même; cette discontinuité persiste, en s'atténuant peu à peu à mesure qu'on s'en éloigne (Kundt et Warburg, *Pogg. Ann.*, 1874-1875), pour aboutir au loin à la loi de distribution de Maxwell complétée, pour tenir compte des glissements, et des inégalités de température (Brillouin, *Ann. Ch. Ph.*, 1900; Chappmann, *Ph. Tr.*, 1912, 1916, 1917; Enskog, *Phys. Z.*, 1911, 1917; Jones, *Ph. Tr.*, 1922; Rocard, *Ann. Ph.*, 1927). Le point délicat est de savoir comment écrire ces circonstances de manière à éviter les faux raisonnements de continuité introduits en dérivant, sans trop compliquer les calculs. Voici le mode d'écriture que je propose, laissant à d'autres le soin d'en développer les conséquences.

Je suppose la paroi immobile.

Il faut considérer séparément trois sortes de molécules dans un élément de volume :

1° *Molécules qui arrivent dans l'élément de volume, en tous sens, venant de la masse gazeuse, sans avoir touché la paroi depuis leur dernier choc gazeux.* $\mathbf{F}(u, v, w, x, y, z)\,du \ldots dz$, cette probabilité *n'est pas isotrope*. La probabilité est grossièrement périodique en x, y pour z petit. La probabilité des u, v, positives et négatives peut différer s'il y a un mouvement d'ensemble U, V du gaz (c'est en $u - \mathrm{U}$, $v - \mathrm{V}$ que la symétrie existe).

2° *Molécules qui émanent directement de la paroi, sans avoir choqué aucune molécule gazeuse dans l'intervalle.* Je désigne leur vitesse pour u', v', w'; w' est toujours positif. Le nombre de ces molécules décroît très vite à mesure que z augmente, et les directions probables se concentrent de plus en plus près de la normale à la paroi.

Soient $\mathbf{K}_{\mathrm{I}}(u', v', w', x, y, z, t)\,du'\,dv'\,dw'\,dz\,dt$ et $\mathbf{K}_{\mathrm{III}}$ les probabilités de choc, dans l'épaisseur dz, entre une molécule de l'espèce I, ou de l'espèce III, et les molécules de toute espèce. Ces molécules sont perdues pour l'espèce I, ou III, et vont grossir le nombre des molécules de l'espèce O. Soient $\mathrm{N}_0(z)$, $\mathrm{N}_{\mathrm{I}}(z)$, $\mathrm{N}_{\mathrm{III}}(z)$ les nombres totaux de molécules de chaque espèce à la distance z, à l'époque t.

Il n'y a pas de vitesse d'ensemble dans le sens z, et je suppose la vitesse quasi uniforme dans le sens x ou y.

On aura, dans la tranche dz, en dt,

$$(1)\qquad \frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}) = -\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\mathrm{Z}\frac{\partial \Pi_{\mathrm{I}}}{\partial w'} - w'\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}) - \mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}\mathbf{K}_{\mathrm{I}}$$

pour la vitesse u', v', w'_α. En même temps, le nombre total N_{I} a changé suivant la loi

$$(2)\qquad \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{N}_{\mathrm{I}} = -\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\overline{w'}) - \int_0^{\infty}\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}\mathbf{K}_{\mathrm{I}}\,dw'.$$

Deux équations semblables pour le groupe III, (3) et (4).

Quant au groupe O les équations sont

$$(5)\qquad \frac{\partial}{\partial t}\mathrm{N}_0 = -\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_0\overline{w}) + \int_0^{\infty}(\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\Pi_{\mathrm{I}}\mathbf{K}_{\mathrm{I}} + \mathrm{N}_{\mathrm{III}}\Pi_{\mathrm{III}}\mathbf{K}_{\mathrm{III}})\,dw',$$

et pour chaque u, v, w,

$$(6)\qquad \frac{\partial}{\partial t}(\mathrm{N}_0\mathbf{F}) = -\mathrm{N}_0\mathrm{Z}\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial w} - w\frac{\partial}{\partial z}(\mathrm{N}_0\mathbf{F}) + \mathrm{N}_0^2\mathcal{K}_{00} + \mathrm{N}_0\mathrm{N}_{\mathrm{I}}\mathcal{K}_{0\mathrm{I}} + \mathrm{N}_0\mathrm{N}_{\mathrm{III}}\mathcal{K}_{0\mathrm{III}} + \mathrm{N}_{\mathrm{I}}^2\mathcal{K}_{\mathrm{I},\mathrm{I}} + \mathrm{N}_{\mathrm{I}}\mathrm{N}_{\mathrm{III}}\mathcal{K}_{\mathrm{I},\mathrm{III}} + \mathrm{N}_{\mathrm{III}}^2\mathcal{K}_{\mathrm{III},\mathrm{III}};$$

$\mathcal{K}_{ij}(u, v, w, z, t)\,du\,dv\,dw\,dz\,dt$ indique suivant une notation abrégée,

presque identique à celle employée dans mon mémoire de 1900 (§ 9 et 10) l'accroissement de probabilité de la vitesse u, v, w par les chocs entre molécules des groupes i et j.

L'ensemble de ces six équations déterminera les distributions $\mathbf{F}$, $\Pi_{\rm I}$, $\Pi_{\rm III}$, et les densités N_0, $N_{\rm I}$, $N_{\rm III}$, dans la couche voisine de la surface, quand on connaîtra en outre les conditions frontières, $z = \infty$, $z = 0$.

Conditions aux limites. — Dans la masse gazeuse, $z = \infty$, $\Pi_{\rm I} = 0$, $\Pi_{\rm III} = 0$, $\mathbf{F}$ de Maxwell pour la distribution de vitesses d'ensemble et de températures qui règne à quelque distance de la paroi (par exemple § 14 de mon Mémoire de 1900).

A la paroi $z = 0$

$$\mathbf{F} = 0 \qquad \text{pour } w > 0;$$
$$\mathbf{F} \text{ inconnu} \qquad \text{pour } w < 0.$$

Choc. — Il faudra écrire l'équation de probabilité de choc entre une molécule incidente ($\mathbf{F}$ pour $w < 0$) et une molécule de la paroi, *en tenant compte de la rugosité moléculaire de la paroi, et de l'agitation thermique non isotrope des molécules superficielles de la paroi*, telle qu'on peut la tirer de la théorie moléculaire moderne des solides.

Lorsque la vitesse réfléchie sera encore négative ou dirigée vers une molécule contiguë (ce qui arrive pour une fraction importante des incidences), il faudra évaluer, avec les mêmes précautions, l'effet de la seconde réflexion, qui, toujours, donnera une vitesse normale positive.

On obtiendra ainsi la relation entre $\mathbf{F}(w < 0)$ et $\Pi_{\rm I}(u'v'w', z = 0)$.

Si ce mécanisme intervient seul, on aura en outre $N_{\rm I}(z=0) = N_0(z=0)$.

Absorption. — On devra se donner, comme propriété du solide, le rapport de $N_{\rm II}(z=0)$ à $N_0(z=0)$ ainsi que la fonction $\Pi_{\rm II}(z=0)$, qui peuvent dépendre de toutes les grandeurs physiques qui définissent l'état du solide et l'état du gaz près de la paroi. On aura ainsi

$$N_{\rm III}(z=0) = N_{\rm II}(z=0), \qquad N_{\rm I}(z=0) = N_0(z=0) - N_{\rm III}(z=0).$$

On aura ensuite la relation entre

$$[\mathbf{F}(w<0) - \Pi_{\rm II}](z=0) \qquad \text{et} \qquad \Pi_{\rm I}(z=0),$$

par les lois du choc des molécules non absorbées contre les molécules pariétales. Enfin on se donne la loi de réémission $\Pi_{\rm III}(z=0)$.

L'ensemble de ces conditions, d'un choix assez délicat dans l'état actuel de la science, suffit évidemment à définir le problème mathématique (périodiquement uniforme dans le sens parallèle au plan limite).

Je ne crois pas qu'il soit nécessaire de subdiviser les molécules renvoyées par la paroi en un plus grand nombre de familles pour que l'on puisse se permettre de dériver la fonction **F** en u, v, w, sans risquer de voir apparaître pour certaines directions de vitesse des dérivées *très grandes* et non maniables. Ce n'est qu'une présomption discutable. On peut penser que c'est seulement après de nombreux chocs gazeux que la molécule émanée de la paroi doit être incorporée dans la famille **F**. Mais, déjà pour deux chocs, l'énumération des familles de molécules à considérer devient trop compliquée pour être utilisable.

La fonction Π_{III} n'est soumise qu'à une condition générale évidente : isotropie autour de la normale.

Les fonctions Π_{II}, $\mathbf{F}(z=0)$ ne sont astreintes qu'à la condition d'avoir pour plan de symétrie le plan $y=0$ de la vitesse d'ensemble U, 0, 0, du gaz le long de la paroi. Près de celle-ci, on doit regarder *a priori* l'écart entre **F** et la distribution de Maxwell comme extrêmement grand.

M. **Émile Borel** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie de deux Ouvrages dont je suis l'auteur et qui font partie l'un et l'autre de la Collection de monographies sur la théorie des fonctions dont la maison Gauthier-Villars m'a confié la direction.

Le premier de ces Ouvrages est la troisième édition des *Leçons sur la théorie des fonctions* dont la première édition a paru en 1898 et la deuxième en 1914. Cette nouvelle édition est augmentée d'une Note étendue relative aux discussions récentes « Pour et contre la logique empirique » auxquelles ont pris part notamment MM. Rolin Wawre, Paul Lévy, Barzin et Errera.

Le second volume est la deuxième édition de mes *Leçons sur les séries divergentes*. Un géomètre distingué, bien connu de l'Académie, M. Georges Bouligand, professeur à la Faculté des Sciences de Poitiers, a bien voulu me donner sa collaboration pour cette nouvelle édition, qui a été mise au courant des progrès importants accomplis dans la théorie des séries divergentes depuis la publication de la première édition, en 1901.

M. **F.-E. Fournier** fait hommage à l'Académie de trois brochures qu'il vient de publier : *Résistance de l'eau à la translation des carènes de formes usuelles à toutes leurs vitesses ; Projet de conventions internationales urgentes*

et de manœuvres de sécurité pour empêcher les abordages dans la brume, entre deux escadres de nationalités quelconques; Projet de règles internationales précises et complètes pour empêcher les abordages dans la brume entre des bâtiments à moteurs.

ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des 52 suffrages exprimés, M. **L. Mangin** est élu Vice-Président de l'Académie en remplacement de M. *F. Henneguy*, décédé.

Par l'unanimité des 48 suffrages exprimés, MM. **É. Picard**, **P. Appell**, **H. Sebert**, **P. Painlevé**, **G. Bigourdan**, **L. Lecornu**, **E. Branly**, **Ch. Moureu**, **G. Kœnigs**, **A. Rateau**, **P. Viala**, **P. Janet**, **L. Joubin**, **G. Ferrié** sont réélus délégués de l'Académie au Conseil de l'*Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Arbres et arbrisseaux utiles ou ornementaux*, par A. Guillaumin et R. Franquet. (Présenté par M. L. Mangin.)

2° *Éléments de Thermodynamique*, par A. Turpain. (Présenté par M. d'Ocagne.)

3° *Le problème de la gravitation*, par Fr. Girault. (Présenté par M. L. Lecornu.)

4° *Le chlorure de sodium, son application dans l'agriculture*, par René de Baritault.

M. **Vincent Nechvile** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les noyaux symétriques et symétrisables généralisés.* Note [1] de M. TH. ANGHELUTZA.

I. *Noyaux symétriques généralisés.* — Dans cette Note nous considérons des noyaux complexes $N(x,y)$, à variables réelles, d'une équation de Fredholm jouissant de la propriété

$$N(x, y) = \overline{N}(y, x), \tag{1}$$

$\overline{N}$ barré désignant le conjugué imaginaire de N.

On peut écrire

$$N(x, y) = H(x, y) + iK(x, y),$$

et l'on en déduit

$$H(x, y) = H(y, x), \quad K(x, y) = -K(y, x). \tag{2}$$

On voit donc que les noyaux symétriques (Hilbert) et symétriques gauches (Lalesco) sont des cas particuliers des noyaux (1) que nous appellerons noyaux symétriques généralisés.

Propriétés. — 1° Tous les noyaux itérés des noyaux (1) sont symétriques généralisés;

2° Aucun noyau itéré ne peut être identiquement nul sans que $N(x, y)$ le soit;

3° La fonction entière $D(\lambda)$ de Fredholm a tous les coefficients réels;

4° Tout noyau symétrique généralisé a au moins une valeur caractéristique;

5° Les valeurs caractéristiques sont réelles;

6° Si $\varphi(x)$ est une solution de l'équation homogène, $\overline{\varphi}(x)$ est une solution de l'équation homogène associée.

En biorthogonalisant les solutions de l'équation homogène et de l'équation associée, on obtient les suites

$$\varphi_1(x), \quad \ldots, \quad \varphi_n(x), \quad \ldots,$$
$$\overline{\varphi}_1(x), \quad \ldots, \quad \overline{\varphi}_n(x), \quad \ldots.$$

On peut développer une fonction suivant les fonctions $\varphi_c(x)$ dans des conditions analogues à celles des noyaux symétriques.

---

[1] Séance du 20 février 1928.

Nous dirons qu'un noyau symétrique généralisé est *défini* si l'intégrale

$$\iint N(x, y)\, h(x)\, \bar{h}(y)\, dx\, dy$$

est différente de zéro. Un tel noyau a ces valeurs caractéristiques de même signe.

II. *Noyaux symétrisables généralisés*. — Si le noyau $N(x, y)$ est symétrique généralisé défini et si $M(x, y)$ est tel que l'intégrale

$$P(x, y) = \int N(x, s)\, M(s, y)\, ds$$

soit un noyau symétrique généralisé, nous dirons que $M(x, y)$ est un *noyau symétrisable généralisé*.

Les noyaux symétrisables de Marty (¹) et de M. Lalesco (²) sont des cas particuliers des noyaux symétrisables généralisés.

Propriétés — 1° Tous les noyaux itérés sont des noyaux symétrisables généralisés.

2° Ils ont au moins une valeur caractéristique.

3° Les valeurs caractéristiques sont réelles.

4° Si $\varphi(x)$ est une solution de l'équation homogène, l'intégrale

$$\psi(x) = \int N(s, x)\, \bar{\varphi}(s)\, ds$$

est une solution de l'équation homogène associée.

Exemple. — Le noyau $A(x)\, B(y)\, N(x, y)$ est symétrisable généralisé si $A(x)$, $B(y)$ sont des fonctions réelles et si $N(x, y)$ est un noyau symétrique généralisé défini.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Opérateurs permutables et groupes de transformations*. Note (³) de M. A. BUHL.

Soit, pour groupes finis et continus, le premier théorème de Lie

$$\xi_{ji}(x') = \alpha_{jk}(a) \frac{\partial x'_i}{\partial a_k}. \tag{1}$$

(¹) MARTY, *Comptes rendus*, 150, 1910, p. 1499.

(²) LALESCO, *Bull. Soc. math. France*, 45, 1917, p. 145.

(³) Séance du 20 février 1928.

Les équations finies du *groupe initial* expriment que des fonctions F, des x' et des a figurant dans (1), sont constantes en vertu de (1). Donc

$$\frac{\partial F}{\partial a_k}+\frac{\partial F}{\partial x'_i}\frac{\partial x'_i}{\partial a_k}=0. \tag{2}$$

On tire alors de (1) et (2)

$$X'_j(F)=\xi_{ji}(x')\frac{\partial E}{\partial x'_i}=\alpha_{jk}(a)\frac{\partial F}{\partial x'_i}\frac{\partial x'_i}{\partial a_k}=-\alpha_{jk}(a)\frac{\partial F}{\partial a_k}=-A_j(F). \tag{3}$$

On sait qu'on peut imaginer que les X' ne contiennent que les x' et les A que les a. Des deux derniers membres de (3), on conclut

$$\alpha^{jl}A_j(F)=\frac{\partial F}{\partial a_l},\qquad \alpha^{jk}A_j(F)=\frac{\partial F}{\partial a_k}. \tag{4}$$

Les deux premiers membres devant être permutables comme les seconds, on a

$$\frac{\partial \alpha^{sl}}{\partial a_k}-\frac{\partial \alpha^{sk}}{\partial a_l}=c^s_{mn}\alpha^{ml}\alpha^{nk}. \tag{5}$$

C'est le *système de Maurer-Cartan*. Soient maintenant des $-\mu^j$ fonctions des a et d'un paramètre auxiliaire t, dont d'ailleurs les a vont dépendre aussi. Tous les membres de (3) étant multipliés par ces $-\mu^j$ et posant

$$\frac{da_k}{dt}=-\mu^j\alpha_{jk}(a), \tag{6}$$

on a

$$\frac{dF}{dt}=\mu^j A_j(F).$$

Considérant les secondes égalités (4) et (6) et écrivant que

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial F}{\partial a_k}=\frac{\partial}{\partial a_k}\frac{dF}{dt}, \tag{7}$$

on a

$$\frac{d\alpha^{sk}}{dt}+c^s_{lj}\mu^l\alpha^{jk}=\frac{\partial \mu^s}{\partial a_k}.$$

Il est clair que cette dernière équation (7_2) et (5), ayant même origine, doivent s'équivaloir. En d'autres termes, l'intégration du système (7_2) doit entraîner celle de (5), ce que j'ai déjà démontré autrement et avec tous les développements nécessaires [1].

---

[1] *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3e série, 19, 1927, p. 10.

On peut ainsi construire, par (7_2), selon la forme absolument arbitraire des $\mu^i(a, t)$, un ensemble de *groupes paramétriques;* la solution la plus simple est algébrique et correspond à $\mu^i = a_i$, d'où le système bien connu

$$\frac{d\alpha^{sk}}{dt} + c^s_{ij} a_i \alpha^{jk} = \varepsilon^{sk}.$$

Pour des μ^i ne dépendant ni de t ni des a, l'équation (7_2) se rapporte au *groupe adjoint.*

Enfin, pour aller vers le groupe initial, en x' ou x, remarquons que *les opérateurs*

$$(8) \qquad \alpha^{jk} X'_j + \frac{\partial}{\partial a_k} \quad \text{et} \quad \mu^i X'_i + \frac{\partial}{\partial t}$$

sont permutables, si les a, les x' et t sont traités en variables indépendantes. Ceci se vérifie immédiatement en s'appuyant sur (7_2): certes, nous n'avons pas ainsi un procédé complet pour atteindre, au delà des groupes paramétriques à r variables a et du groupe adjoint, le groupe initial avec ses n variables x ou x', mais c'est cependant un résultat important de montrer que cette construction définitive est en relation avec l'existence d'opérateurs (8) analogues aux X, mais à $r + n + 1$ variables *et permutables.*

Cette synthèse vaut certainement par sa brièveté; toutefois elle ne peut avoir que des prétentions limitées à l'originalité. Ainsi j'associe, avec empressement, l'équation (7_2) à la mémoire de Henri Poincaré. Si l'on pose

$$\alpha^{sk}\, \partial a_k = \omega^s,$$

conformément aux notations de M. Elie Cartan, le système (7_2) peut être remplacé par

$$(9) \qquad \frac{d\omega^s}{dt} + c^s_{ij} \mu_i \omega^j = \delta \mu^s,$$

forme justement utilisée par Poincaré [1] dans un problème général de Mécanique sur lequel M. Četajev [2] vient, très heureusement, d'appeler de nouveau l'attention.

L'apparition des systèmes (7_2) ou (9) me semble avoir de grandes conséquences non pas tant pour la construction des groupes que pour la théorie générale des systèmes différentiels. Pour la construction des groupes,

---

[1] *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 369.
[2] *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1577.

il y a avantage à ne pas les employer dans toute leur généralité, mais si un problème quelconque, de Mécanique par exemple, nous met en présence de tels systèmes, il est capital de savoir que des propriétés de groupes leur correspondent.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Propriétés topologiques de la transformation définie par une fonction uniforme de la variable complexe z.* Note de M. **Octav Onicescu**, présentée par M. Émile Borel.

1. Le point de vue que j'adopte dans l'étude qui suit convient à une fonction continue quelconque de la variable complexe. C'est pour préciser les idées à l'aide de quelques propositions nettes, et sans avoir besoin d'introduire à chaque instant les limitations que la généralité de la fonction nous imposerait, que je vais me borner aux fonctions entières.

2. Soit $Z = F(z)$ une fonction entière; désignons par a_i les zéros de $F'(z)$ et par $A_i = F(a_i)$ les points qui correspondent à ces zéros dans le plan de la fonction Z [1].

Nous prenons comme point de départ, dans l'étude de la correspondance définie par $F(z)$ entre le plan de $z = x + iy$ et celui de $Z = X + iY$, le lemme suivant :

Si Z décrit dans son plan une courbe simple (C) [2], z décrira dans le sien un ensemble (c) de courbes simples. Si (C) ne passe pas par des points A_i, les courbes (c) décrites par z n'ont pas de points communs; si deux ou plusieurs courbes (c) ont un point commun, ce point est un a_i et (C) passe par le point A_i correspondant.

Si Z décrit (C) dans un sens déterminé, on peut, en vertu du lemme précédent, parler du sens dans lequel chacune des déterminations de z décrit son chemin, car, d'un côté, le chemin est simple et, d'un autre côté, le sens de parcours de z ne peut pas changer (la fonction étant uniforme).

Si (C) passe par un point $A_i = F(a_i)$, a_i étant un zéro n^{uple} de $F'(z)$, $n + 1$ branches de (c) se rencontrent en a_i, deux branches consécutives formant entre elles des angles égaux à $\frac{\pi}{n+1}$. *Les branches de (c) qui se rencontrent en a_i ne se pénètrent pas.*

---

(1) Pour toute cette théorie, l'ensemble A_i et l'ensemble de ses points limites, soit B, jouent un rôle capital.

(2) Les courbes telles que (C) seront toujours des courbes analytiques, limites régulières de lignes polygonales.

(Dans l'étude de la correspondance entre (C) et (c), nous devons avoir en vue le caractère fonctionnel de cette correspondance et non pas celui purement géométrique.)

Pour résumer les résultats précédents nous pourrons dire que :

Les courbes (c) décrites par (z) sont simples si (C) est simple. Si, en plus, (C) ne passe par aucun A_i, la correspondance $Z = F(z)$ conserve la connexion dans le voisinage de ces courbes. Plus généralement encore, même si (C) passe par des points A_i, mais si nous considérons une branche de (c), soit (c_0), qui ne passe par aucun point a_i, la correspondance (Z, z_0) conserve la connexion dans le voisinage des courbes respectives (C), (c_0).

3. Considérons une courbe (C) simple et fermée, limitant un domaine fini, simplement connexe [D].

Supposons que, parmi les courbes qui composent (c), au sens que nous venons de préciser, il y ait une courbe fermée; c'est-à-dire supposons que, Z décrivant toujours dans le même sens un certain nombre entier de fois la courbe (C), z décrive une courbe (c) qui se ferme. Cette courbe sera simple, d'après ce que nous avons déjà dit. L'intérieur [D] de (C) correspond au domaine intérieur [d] limité par (c), les sens de parcours de Z et respectivement de z étant les mêmes sur les deux courbes par rapport à leurs intérieurs respectifs.

Si Z doit parcourir n fois (C) pour que z finisse de parcourir (c) une seule fois nous allons dire que la correspondance (C), (c) est multivalente d'ordre n, selon une expression de M. Paul Montel. Nous démontrons alors les théorèmes suivants :

La correspondance [D] [d] *est multivalente d'ordre n, si elle est de l'ordre n pour les contours* (C), (c).

Si la correspondance est multivalente d'ordre n pour un point M *de* [D] *elle a la même valence entre les contours, donc aussi entre les domaines* [D], [d].

En particulier, si la valence de la correspondance entre (C) et (c) est égale à l'unité, la correspondance [D], [d] sera aussi univalente; il est donc impossible qu'à l'intérieur de [d] se trouve un zéro de $F'(z)$; on a alors affaire à une représentatiou conforme du domaine [D] sur [d].

D'ailleurs le théorème général suivant est vrai :

Si dans le domaine simplement connexe [d], *limité par une courbe simple fermée* (c) *correspondant à la courbe simple fermée* (C), *se trouvent k zéros simples de* $F'(z)$, *la correspondance* (C) (c) *est multivalente d'ordre* $k+1$.
Réciproquement :

Si la correspondance entre [D] *et* [d] *a la valence* $k+1$, *le domaine* [d] *contient* k *zéros simples (ou des zéros multiples équivalents) de* $F'(z)$ (¹).

4. J'ajoute deux théorèmes dont la démonstration est immédiate :

Si la courbe simple, fermée (C) *entoure un point* Ω *représentant une valeur exceptionnelle, toutes les branches de* (c) *sont infinies.* Et plus généralement :

Si la courbe (C) *entoure un point* Ω *représentant une valeur asymptotique, la courbe* (c) *contient au moins une branche infinie.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Une propriété des séries de fractions rationnelles.* Note de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

Dans cette Note, la proposition suivante sera démontrée. Il existe une constante absolue positive C ayant la propriété : si $\sum_{k=1}^{\infty}|A_k|<\infty$ et si $\sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{z-\alpha_k}$ égale UN sur une courbe rectifiable Γ, la série étant uniformément convergente sur Γ, alors

$$S=\sum_{k=1}^{\infty}|A_k|\geqq Cd,$$

d étant le diamètre de Γ.

Soient a et b deux points de Γ, tels que $|a-b|=d$. Le cercle C de centre a, passant par b, contient tous les points de Γ dans son intérieur ou sur sa frontière ; le cercle D de centre b, passant par a, jouit de la même propriété.

Posons

$$\sum_{k=1}^{\infty}\frac{A_k}{z-\alpha_k}=f(z),$$

où cette série converge, et

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left|\frac{A_k}{z-\alpha_k}\right|=F(z).$$

On voit sans peine que

$$\int_C\int F(z)\,dx\,dy<4\pi\,dS. \tag{1}$$

(¹) Voir M. Ålander, *Sur une propriété des fonctions méromorphes à l'intérieur d'une ligne de module constant* (*Comptes rendus*, 184, 1924, p. 1411).

Il en résulte l'existence d'un nombre $\rho > \frac{d}{2}$ et $< d$, tel que

$$(2) \qquad e\int_0^{2\pi} F(a+\rho e^{\varphi i})\,d\varphi < \delta\pi S.$$

De même il résulte de (1) l'existence d'une demi-droite l, issue de a et ne coupant pas Γ sauf en a, telle que sur l

$$(3) \qquad \int_0^d F(z)\,r\,dr < 4\,d S \qquad (r = |z-a|).$$

Soient p le premier point de rencontre de l'arc ab de Γ avec la circonférence $|z-a| = \rho$ et q le point de rencontre de l avec la même circonférence. La série $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_k(z-a)}{z-\alpha_k}$ étant intégrable terme à terme sur le contour $apqa$, on a

$$(4) \qquad \int_{apqa} (z-a) f(z)\,dz = 2\pi i \Sigma'(\alpha_k - a) A_k,$$

Σ' étant étendue aux α_k intérieurs au contour $apqa$. On a

$$\left|\int_a^p (z-a) f(z)\,dz\right| = \left|\int_a^p (z-a)\,dz\right| = \left|\frac{1}{2}(p-a)^2\right| > \frac{1}{2} d^2,$$

$$\left|\int_p^q (z-a) f(z)\,dz\right| < \delta\pi S\rho < \delta\pi S\,d \qquad [\text{à cause de } (2)],$$

$$\left|\int_q^a (z-a) f(z)\,dz\right| < 4 S\,d \qquad [\text{à cause de } (3)].$$

Il suit donc de la relation (4)

$$\frac{1}{2} d^2 < (\delta\pi + 4) S\,d + 2\pi S\,d.$$

Donc $S > \frac{d}{20\pi + \delta}$.

La proposition est démontrée, et $C \geqq \frac{d}{20\pi + \delta}$.

Si Γ est un cercle de rayon $\frac{1}{2}d$, il est aisé de trouver une borne plus élevée de C. En effet, γ étant le centre de Γ, on a

$$(5) \qquad 2\pi i = \int_\Gamma \frac{dz}{z-\gamma} = \int_\Gamma \frac{f(z)\,dz}{z-\gamma} = 2\pi i \sum{}' \frac{A_k}{\alpha_k - \gamma},$$

Σ' étant étendue aux α_k extérieures à Γ; donc $1 \leqq \frac{2S}{d}$; par suite, $C \geqq \frac{1}{2}$.

MÉCANIQUE. — *Machine à translations épicycloïdales automatiques pour surfacer les verres d'optique.* Note [1] de M. **Ch. Dévé**, présentée par M. Ch. Fabry.

L'ouvrier opticien, pour exécuter une surface de précision plane ou sphérique, frotte son verre sur l'outil (ou inversement) en faisant décrire au centre du verre (ou de l'outil) des boucles entrelacées, de telle façon que la pâte abrasive soit régulièrement étendue sur toute la surface de l'outil et qu'il n'y ait pas sur le verre, vers la fin du travail, de région qui s'use plus ou moins vite que d'autres.

Les machines automatiques employées dans les industries de l'optique réalisent, au moyen de bielles, des mouvements de translation moins satisfaisants que ceux de l'ouvrier travaillant à la main; les tours d'optique des modèles les plus courants produisent des déplacements alternatifs sur arc de cercle, à l'aide d'un arbre et d'une bielle commandant un bras articulé. Des tours plus compliqués réalisent des pistes ovales, à l'aide de deux arbres et de deux bielles commandant un bras articulé.

La nouvelle machine, construite par l'Institut d'Optique, réalise des translations épicycloïdales, qui imitent les translations du travail à la main et qui sont obtenues sans aucune bielle. La machine ne comporte qu'un seul arbre qui est vertical et porte l'outil (ou le verre à travailler).

Lorsqu'on pose un verre un peu excentriquement sur un outil tournant (plateau à surfacer les plans, pour fixer les idées) recouvert d'un peu de pâte abrasive, le verre est entraîné avec lui. On peut immobiliser son centre, à l'aide d'une rotule centrale qui, pour vaincre l'adhérence, supporte une certaine force F; on voit alors le verre tourner sur lui-même autour de la rotule fixe, à la vitesse de l'outil. Pour arrêter cette rotation, il faudrait appliquer au verre un certain couple C. Le verre tournant peut donc être considéré comme un organe de transmission à friction capable d'entretenir tout mouvement n'exigeant qu'un couple inférieur à C. Sous cette condition, il devient possible de réaliser la translation du verre sur une piste convenablement choisie, le verre continuant à tourner sur lui-même à la vitesse constante du tour.

Le mécanisme qui assure ce mouvement de translation comprend un

---

(1) Séance du 20 février 1928.

pignon fixe excentré de quelques centimètres par rapport à l'axe du tour et porté par une barre horizontale articulée à l'une de ses extrémités et formant un pont basculant au-dessus du verre. Cette barre pèse de son poids sur le verre. Une manivelle folle autour du pignon maintient une roue satellite en prise avec le pignon. Le satellite porte un doigt à rotule, dont la rotule est traversée par un tenon, qui lui donne l'aspect d'une clé capable de transmettre un couple. Si l'on faisait tourner la manivelle, la rotule décrirait une épicycloïde en tournant sur elle-même comme le satellite. La rotule à tenon pénètre dans une crapaudine spéciale pratiquée au centre du porte-verre.

Lorsqu'on met en marche le tour ainsi équipé, le couple C agit sur le satellite en même temps que le couple résultant de la force F et de la résistance de la dent en prise du satellite; si le rayon r du satellite n'est pas trop grand, le couple $\mathrm{F}r$ est plus petit que C, et c'est ce dernier couple qui commande la translation; le verre, en tournant sur lui-même à la vitesse du tour, entraîne le train épicycloïdal; le centre du verre animé du mouvement de la rotule décrit donc une épicycloïde dans l'espace, et sa trajectoire sur l'outil en mouvement s'inscrit virtuellement en lacets sinueux, qui couvrent rapidement la surface de l'outil.

Dans le mécanisme indiqué ci-dessus, le satellite se déplace autour du pignon dans le sens de la rotation du tour. Mais on peut remplacer le pignon par une roue dentée intérieurement fixée encore à la barre-pont et dans laquelle roule le satellite; dans ce cas, le satellite tournant toujours dans le même sens que l'outil se déplace en sens contraire de la rotation du tour, c'est-à-dire en sens contraire de la force F qui tend à entraîner le verre. On est alors surpris de voir le verre sur l'outil tournant remonter en quelque sorte un courant, comme mû par une force intérieure. Il n'en serait plus ainsi, si le couple $\mathrm{F}r$ était supérieur à C. Dans ce cas, le couple C étant incapable d'empêcher le centre du verre de tourner en même temps que le rayon de l'outil auquel il adhère, le verre ne pourrait qu'obéir au courant; comme le courant tend à l'entraîner d'autant plus vite que le centre du verre est plus loin de l'axe du tour, la vitesse de déplacement du satellite serait fonction de sa distance à l'axe; elle serait par conséquent constamment variable. Si même la piste décrite par le centre du verre coupait deux fois le même rayon, la révolution complète serait impossible. Or, tout régime à rotation variable est mauvais, car il produit une plus grande usure des bords du verre que de la région centrale.

D'ailleurs la condition $\mathrm{F}r < \mathrm{C}$ est particulièrement facile à réaliser,

même avec des valeurs de r de plusieurs centimètres, car le couple C diminue à mesure qu'on écarte de l'axe du tour la roue fixe sur laquelle engrène le satellite.

Pour permettre le travail des surfaces courbes, le plan du satellite est articulé autour de la tangente commune aux cercles primitifs des roues dentées, et l'angle des plans des deux roues est réglable.

La machine qui vient d'être décrite est d'une fabrication très simple et permet d'obtenir rapidement et sûrement d'excellentes surfaces optiques satisfaisant au contrôle interférentiel. Pour cela, il faut, bien entendu, que la machine soit réglée et conduite en respectant les principes de la cinématique du travail des surfaces de précision.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les déformations de l'élément de courroie qui aborde la poulie.* Note de M. **Swyngedauw**, présentée par M. G. Kœnigs.

Dans une Note antérieure [1], nous avons montré par la méthode stroboscopique qu'au moment de la prise de contact d'une courroie qui s'enroule sur une poulie, la vitesse de l'élément de sa face externe augmente progressivement à partir de 4 à 5^{cm} avant le contact de la face interne avec la poulie et que l'augmentation de vitesse se poursuit énergiquement au delà de la ligne de contact jusqu'à 2^{cm} environ de cette dernière.

Si nous portons en ordonnée la variation de vitesse de ce point de la face externe, en abscisse le chemin qu'il a parcouru depuis le point de l'espace à partir duquel sa vitesse s'accélère, la courbe ainsi obtenue représente l'excès de la vitesse du point de la face externe considérée sur celle de la lamelle neutre, laquelle reste pratiquement fixe dans la courroie dans les 2^{cm} de parcours envisagés sur la poulie; étant donné que le point neutre varie seulement de quelques millièmes de l'épaisseur pour le parcours de la surface active totale de la poulie, en charge normale.

Si nous ajoutons à ces résultats expérimentaux cette hypothèse vraisemblablement voisine de la réalité, qu'une section plane, normale au mouvement avant qu'elle ne passe sur la poulie, reste plane tout le long de son évolution, l'orientation, la position et la vitesse de chacun de ses points se déduisent alors directement de la position et de la vitesse de celles du point neutre et d'un point de la face externe appartenant à la même section.

---

[1] *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 959.

On a une première approximation de la courbe des vitesses de ce dernier point en fonction du temps en considérant son mouvement comme uniforme. (En opérant ainsi, on ne commet qu'une erreur de 2 à 3 pour 100 pour les variations de vitesse les plus élevées.)

De la surface comprise entre cette courbe et les axes de coordonnées, on déduit l'excès du chemin parcouru par le point externe sur celui du point neutre de la même section.

On peut ainsi faire correspondre, à une position déterminée du point externe, celle du point neutre de la même section, ce qui permet de tracer une courbe plus exacte de la variation des vitesses en fonction du temps; mais on pourra en général se contenter du premier tracé.

Ces considérations aboutissent aux conclusions suivantes :

La position et la vitesse d'un point quelconque d'une section plane, primitivement normale au mouvement de la courroie avant son enroulement, *s'obtiennent en superposant au mouvement de translation de la section* (*de vitesse linéaire égale à celle du brin avant l'enroulement*) *un pivotement autour de l'axe neutre* (parallèle à l'axe de la poulie) dont la vitesse angulaire croît proportionnellement à la vitesse linéaire du point correspondant de la lamelle externe, de sorte qu'à une augmentation Δv_e de la vitesse d'un point de la lamelle externe correspond ainsi une diminution Δv_i du point de la lamelle interne appartenant à la même section. Si e est l'épaisseur de la courroie, y_0 la distance du point neutre à la poulie, les valeurs absolues de ces variations sont liées entre elles par la relation

$$\frac{\Delta v_e}{\Delta v_i} = \frac{e - y_0}{y_0}.$$

La courbe de variation des vitesses d'un point de la lamelle externe représente ainsi à une autre échelle la variation de vitesse du point correspondant de la lamelle interne. La variation relative par rapport à la poulie et le frottement sur la face interne de la poulie dans la région étudiée s'en déduisent.

La vitesse relative étant proportionnelle à la distance de la ligne neutre à la poulie, et le coefficient de frottement croissant avec cette vitesse relative, le coefficient de renforcement de la tension à l'enroulement croît plus rapidement que la distance du point neutre à la poulie, ce que l'expérience vérifie nettement sur la courroie cuir [1].

---

[1] *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1316.

Si nous considérons maintenant un élément limité par deux sections transversales normales au mouvement du brin qui s'enroule, les lamelles planes et parallèles dont on peut le supposer composé avant l'enroulement deviennent cylindriques mais gardent leur parallélisme sur la poulie *dont elles épousent la courbure, si la tension est suffisante pour imposer cette condition*, ce qui entraîne cette conséquence *que les deux sections terminales, primitivement parallèles* et normales au mouvement, *s'inclinent progressivement l'une sur l'autre en formant un angle dièdre dont l'arête primitivement à l'infini se rapproche rapidement de l'axe de la poulie, avec lequel il vient coïncider, lorsque l'élément est parvenu sur l'azimut critique.*

Si la tension du brin qui s'enroule est faible, sa face interne ne s'applique sur la poulie que si la pression qui résulte de la courbure et qui s'exerce sur la face interne est supérieure à l'action combinée et antagoniste de la force centrifuge et de la raideur, et dans ces conditions, s'il n'y a pas de glissement d'ensemble, la face interne peut, comme on le suppose habituellement, aborder la poulie sans vitesse relative et par conséquent sans le frottement et le renforcement caractéristiques de la tension à l'enroulement signalés précédemment (¹).

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la théorie de l'équilibre des massifs pesants soumis à des sous-pressions et son application à la stabilité des barrages et des talus.* Note (²) de M. E. **Baticle**, présentée par M. A. Mesnager.

Lorsque dans l'intérieur d'un massif pesant s'exercent des sous-pressions, les équations indéfinies de l'équilibre se réduisent à

$$\frac{\partial n_x}{\partial x} + \frac{\partial t}{\partial y} = \Delta \sin i - \frac{\partial p}{\partial x} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial t}{\partial x} + \frac{\partial n_y}{\partial y} = \Delta \cos i - \frac{\partial p}{\partial y},$$

i étant l'angle de la verticale avec Oy. En supposant $p = \mu x + \nu y$ et posant $\Delta \sin i - \mu = a'$ et $\Delta \cos i - \nu = b'$, ces équations seront satisfaites par

$$n_x = \alpha x + \beta y; \qquad n_y = \alpha' x + \beta' y; \qquad t = (b' - \beta')x + (a' - \alpha)y.$$

1. Supposons, en premier lieu, que nous avons affaire à un barrage triangulaire, dont le parement amont, soumis à la pression hydrostatique, à

(¹) *Loc. cit.*, p. 1316.

(²) Séance du 20 février 1928.

partir du sommet, est vertical. Prenant pour axe Ox la verticale du parement amont et pour axe Oy l'horizontale passant par le sommet et dirigée vers l'aval, la solution ci-dessus devient

$$n_x = \alpha x + \beta y; \qquad n_y = \alpha' x + \beta' y; \qquad t = (\Delta - \nu - \beta')x - (\alpha + \mu)y.$$

En écrivant que pour $x = 0$ on a $n_x = y$ et $t = 0$ et que sur le parement aval, d'inclinaison j, on a les deux relations

$$n_x \sin j - t \cos j = 0, \qquad n_y \cos j + t \sin j = 0,$$

qui expriment que la force extérieure est nulle, on trouve

$$\alpha = -\mu; \qquad \beta = 1; \qquad \Delta - \nu - \beta' = (-\mu + \operatorname{tang} j)\operatorname{tang} j;$$
$$\alpha' + \beta' \operatorname{tang} j = (\Delta - \nu - \beta')\operatorname{tang} j.$$

Pour qu'il n'y ait pas d'effort d'extension il faut que l'on ait $\beta' \gtreqless 0$. L'inclinaison limite sera donnée par $\beta' = 0$, c'est-à-dire, en vertu de la troisième des équations ci-dessus, par la condition $\operatorname{tang}^2 j - \mu \operatorname{tang} j = \Delta - \nu$.

Envisageons deux cas extrêmes : 1° sous-pression constante dans chaque section horizontale et 2° sous-pression triangulaire, c'est-à-dire décroissant linéairement, dans chaque section horizontale, jusqu'à zéro, du parement amont au parement aval.

1° *Sous-pression constante.* — On trouve le profil de Maurice Levy.

2° *Sous-pression triangulaire.* — On a $\mu x + \nu y = 0$ pour $y = x \operatorname{tang} j$ et, par conséquent, $\mu = -\nu \operatorname{tang} j$. La condition ci-dessus donne

$$\operatorname{tang}^2 j = \frac{\Delta - \nu}{1 + \nu}.$$

Si l'on fait $\nu = 1$ (sous-pression intégrale) on aura $\operatorname{tang}^2 j = 0,5(\Delta - 1)$, *l'épaisseur à la base est celle du profil de M. Levy multipliée par* $\sqrt{2}$.

Ces résultats montrent la grande importance des sous-pressions, surtout dans le cas de sous-pressions triangulaires. Ce cas se présente quand des suintements apparaissent sur la surface du parement aval.

Dans ce cas, l'épaisseur nécessaire pour qu'il n'y ait pas d'effort d'extension doit être multipliée, par rapport à l'épaisseur correspondant à une sous-pression constante, par le facteur $\sqrt{1+\nu}$, ν étant l'augmentation de la sous-pression par mètre linéaire suivant la verticale. Mais si le parement *aval* est étanche, on retombe sur la condition classique de M. Levy.

2. Considérons, en second lieu, un massif pulvérulent indéfini, limité par une surface plane d'inclinaison i sur l'horizon. En prenant pour axe Ox la

trace de la surface libre et en écrivant que pour $y = 0$, on a $n_y = t = 0$, on trouve $\alpha' = 0$ et $\beta' = b'$. Cherchons la condition pour que, soumis à une sous-pression $p = \mu x + \nu y$, le massif soit dans l'état dit d'*équilibre-limite*. La condition de Rankine, qui, dans le cas général, s'écrit

$$(n_x - n_y)^2 + 4t^2 = (n_x + n_y)^2 \sin^2 \varphi,$$

φ étant l'angle de frottement du massif, devient ici

$$[\alpha x + (\beta - b')y]^2 + 4(\alpha' - \alpha)y^2 = [\alpha x + (\beta + b')y]^2 \sin^2 \varphi.$$

Elle est satisfaite pour

$$\alpha = 0 \qquad \text{et} \qquad (\beta - b')^2 + 4a'^2 = (\beta + b')^2 \sin^2 \varphi.$$

Or, cette équation du second degré en β n'a de racines réelles que si

$$\frac{a'}{b'} \overline{\overline{<}} \operatorname{tang} \varphi \qquad \text{ou} \qquad \frac{\Delta \sin i - \mu}{\Delta \cos i - \nu} \overline{\overline{<}} \operatorname{tang} \varphi.$$

Examinons le cas particulier où les isobares sont des horizontales, la sous-pression étant nulle sur l'horizontale passant par l'origine. On a alors $\mu = \nu \operatorname{tang} i$. Admettons d'autre part pour ν sa valeur limite $\nu = 1 : \cos i$. L'inégalité ci-dessus devient, après simplification, $\operatorname{tang} i \overline{\overline{<}} \operatorname{tang} \varphi$. Ce cas correspond à un talus étanche puisque la pression sous la surface libre est égale à la pression hydrostatique (*talus perreyé*) : son talus d'équilibre est φ.

Examinons un deuxième cas. L'eau suinte sur toute la surface libre ; les isobares sont des droites parallèles à la trace de la surface libre. On a alors $\mu = 0$. Si l'on admet pour ν sa valeur limite $1 : \cos i$ la condition d'équilibre ci-dessus devient $\operatorname{tang}^2 i \operatorname{tang} \varphi + \Delta \operatorname{tang} i - (\Delta - 1) \operatorname{tang} \varphi \overline{\overline{<}} 0$. Si l'on fait $\operatorname{tang} \varphi = \frac{2}{3}$ et $\Delta = 1,5$, on trouve, très sensiblement, $\operatorname{tang} i \overline{\overline{<}} \frac{1}{5}$.

D'après ces résultats, un massif pulvérulent indéfini, qui, sec, se tient avec un talus de 3 de base pour 2 de hauteur, ne peut être en équilibre, s'il devient *aquifère*, qu'avec un talus de 5 pour 1, si sa surface libre est perméable et laisse suinter l'eau. Par contre il se tiendra avec son talus naturel si sa surface libre est rendue étanche par un revêtement approprié.

Nous ajouterons que l'introduction d'une sous-pression de la forme $p = \mu x + \nu y$ dans les calculs d'équilibre des barrages en terre modifie les conclusions tirées de la théorie ordinaire, telle que l'a exposée M. Pigeaud [1].

---

[1] *Traité d'Élasticité et de Résistance des matériaux* (Gauthier-Villars).

En tout cas il résulte des considérations ci-dessus *la grande importance que présente, au point de vue de leur stabilité, pour les barrages en maçonnerie, ou les digues en terre, l'étanchéité du parement aval.*

Observations de M. **Mesnager** *au sujet de la Note de M.* Baticle.

La rupture du barrage de Perregaux ou de l'Habra sur l'Oued Fergoug en Algérie, survenue le 26 novembre 1927, a mis de nouveau en évidence les dangers que présentent les barrages-poids ou à gravité. D'après les renseignements recueillis, l'eau se serait élevée seulement de 18 pour 100 de la hauteur au-dessus du sommet du triangle formé par les plans limitant la maçonnerie et de 6 pour 100 de cette hauteur au-dessus du niveau prévu pour les crues. D'après cete expérience :

1° Il faut prévoir les crues plus largement. Des études d'ensemble sur les crues des rivières montrent que beaucoup de déversoirs exécutés et en construction sont insuffisants et doivent être augmentés, si l'on a souci de la sécurité publique.

Un travail publié en 1914 par l'ingénieur américain Fuller, d'après les crues observées sur un grand nombre de rivières depuis cent ans, permet de prévoir, pour un bassin versant de

10 km^2,	un débit de	60 m^3/s,	soit	6 $m^3/s\text{-}km^2$
100	»	300	»	3
1000	»	1500	»	1,5
10000	»	7500	»	0,75.

On a constaté davantage sur plusieurs points en France. Néanmoins ces chiffres indiquent de nombreuses insuffisances.

2° Le coefficient de sécurité de nombreux barrages-poids est bien faible. Le calcul de M. Baticle sur les sous-pressions donne une explication plausible du désaccord apparent entre la théorie et l'expérience. Il conduit à augmenter les épaisseurs de ces ouvrages dont le cube est déjà excessif, si on le compare notamment à celui des barrages en voûte plus économiques et plus sûrs.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur le sens du déplacement du nœud de certaines orbites* [1]. Note de M. **P. Fatou**, présentée par M. Goursat.

Lorsqu'un point matériel, soumis à l'attraction newtonienne d'un centre fixe O, est soumis d'autre part à l'action de masses perturbatrices dont le potentiel est de la forme $\varepsilon F(r, z^2)$, en posant $x^2+y^2+z^2=r^2$, nous avons vu que les nœuds de l'orbite se déplacent dans le sens rétrograde, sous la seule condition que $\frac{\partial F}{\partial (z^2)}$ soit négatif; cette condition est toujours remplie quand εF est le potentiel d'un anneau circulaire homogène de centre O dans le plan xOy. La démonstration est facile et revient d'ailleurs à une propriété connue d'un certain coefficient de Laplace. Le déplacement du nœud dans le sens rétrograde a lieu par conséquent pour toutes les valeurs de l'excentricité et de l'inclinaison ($< 90°$) de l'orbite osculatrice. Lorsqu'on substitue à l'anneau circulaire un anneau elliptique de Gauss, la propriété précédente subsiste dans certains cas, mais n'est plus générale. Considérons par exemple le cas d'un point très éloigné de O; le potentiel, en ce point, de l'anneau de masse m', est donné par

$$\frac{V}{m'} = \frac{1}{r} - \frac{3a'e'}{2}\frac{x}{r^3} + \frac{a'^2}{4r^5}\left[(x^2+y^2-2z^2)+3e'^2(3x^2-2y^2-z^2)\right]+\ldots$$
$$+\frac{a'^n}{r^{2n+1}}\Phi_n(x, y, z)+\ldots,$$

où Φ_n est un polynome harmonique homogène de degré n; ce développement s'obtient aisément en prenant pour variable d'intégration l'anomalie excentrique; a', e' ont leurs significations habituelles, l'axe Ox est dirigé vers le périhélie de l'anneau. Si l'excentricité e' a une valeur notable, $\frac{a'}{r}$ demeurant très petit, on peut ne conserver que les deux premiers termes du développement et poser par suite, pour la fonction de forces,

$$U = \frac{1}{r} - \frac{\varepsilon x}{r^3}$$

avec $\varepsilon = \frac{3a'e'm'}{2}$, en posant $M + m' = 1$ (M, masse placée en O).

---

[1] Voir notre Note *Sur le mouvement des nœuds de certaines orbites* (*Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 1535).

Désignons par des accents les dérivées par rapport au temps ; appelons P, Q, R les projections du vecteur des aires sur les trois axes (on voit aisément que P est une constante que nous supposerons non nulle), et soit ω l'angle de la ligne des nœuds instantanée avec Ox ; on obtient, à l'aide des équations du mouvement,

$$\frac{z\begin{vmatrix} x & y & z \\ x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \end{vmatrix}}{(xz' - zx')^2 + (yz' - zy')^2} = \omega' = \frac{+\varepsilon \mathrm{P}}{\mathrm{P}^2 + \mathrm{Q}^2}\,\frac{z}{r^3}.$$

On peut déduire de là ω par les méthodes usuelles d'approximation ; mais on peut également, sans faire aucune approximation, étudier qualitativement le mouvement et en particulier les variations de ω. On utilise pour cela, outre l'intégrale des aires relative au plan $y\mathrm{O}z$ $(yz' - zy' = \mathrm{P})$, l'intégrale des forces vives et la combinaison de ces deux intégrales conduit à l'inégalité

$$\frac{2}{r} - \frac{2\varepsilon x}{r^3} - \frac{\mathrm{P}^2}{r^2 - x^2} > 2h,$$

en appelant $-h$ la constante des forces vives (négative). On conclut de là que les orbites, en faisant varier h et P dans des limites convenables, restent comprises à l'intérieur d'un anneau fermé, de révolution autour de Ox, et sont par conséquent stables. On verra, d'autre part, que la ligne des nœuds exécute une infinité d'oscillations dont l'amplitude ne tend pas vers zéro mais reste inférieure à 180° ; ce dernier point résulte du fait que, la constante p n'étant pas nulle, la ligne des nœuds ne coïncide jamais avec Ox (1). Le moyen mouvement de l'un des nœuds est donc rigoureusement nul. Le résultat s'applique, en vertu du principe de Gauss pour le calcul des inégalités séculaires, au moyen mouvement du nœud d'un astre P troublé par un astre P', relativement au plan de l'orbite de P', du moins quand la masse de P est négligeable. Ce fait n'a que peu d'importance dans l'étude du système solaire en raison de la faible masse de Mercure, seule planète principale à orbite très excentrique et la plus proche du Soleil ; il peut en acquérir dans l'étude de systèmes stellaires triples.

(1) Ce mode de démonstration a l'avantage de s'appliquer dans des cas étendus, mais dans le cas actuel on obtient des résultats encore plus précis en remarquant que le rayon vecteur varie en fonction de t comme dans un mouvement keplérien et que l'intégration s'achève par des quadratures elliptiques.

PHYSIQUE. — *Spécificité moléculaire géométrique.*
Note (¹) de M. **R. Ferrier**, présentée par M. Paul Painlevé.

Les rapports entre les propriétés physiques des corps et la disposition géométrique que l'on attribue à leurs molécules se dessinent maintenant d'une manière si frappante, qu'il ne semble pas excessif de vouloir trouver cette sorte de correspondance jusque dans les caractères les plus singuliers des substances complexes.

J'ai été amené à considérer sous cet aspect les phénomèues d'adsorption de certaines substances colloïdales, qui se précipitent mutuellement de leurs solutions, avec cette particularité, toutefois, que cette adsorption réciproque est étroitement spécifique, chaque solution ne réagissant que sur certaines autres, sans qu'il soit possible de mettre en évidence la moindre différence dans les propriétés *chimiques* des unes ou des autres.

Les substances pourvues de cette propriété générale appartiennent à une catégorie bien déterminée : ce sont des protéines qui, une fois hydrolysées, se décomposent en acides amidés correspondant tous au schéma suivant :

$$\begin{array}{ccccccc} & & & \mathrm{H} & & & \\ & & & | & & & \\ \mathrm{H^2} = & \mathrm{N} & - & \mathrm{C} & - & \mathrm{C} & - \mathrm{OH} \\ & & & | & & \| & \\ & & & \mathrm{R} & & \mathrm{O} & \end{array}$$

ces acides ne différant les uns des autres, en définitive, que par la nature du radical R, qui peut être quelconque.

Ces acides peuvent être soudés les uns aux autres, comme l'ont montré successivement Grimaux et Fischer, par élimination d'eau. Le schéma auquel on aboutit alors est vraisemblablement le suivant :

$$\rightarrow \mathrm{N-C-\underset{\underset{O}{\|}}{C}}\,\vdots\,\mathrm{-N-C-\underset{\underset{O}{\|}}{C}}\,\vdots\,\mathrm{-N-C-\underset{\underset{O}{\|}}{C}}\,\vdots\,\mathrm{-N-C-\underset{\underset{O}{\|}}{C}}\,\vdots\,\mathrm{-N-C-\underset{\underset{O}{\|}}{C}}\,\vdots\,\mathrm{-N-C-\underset{\underset{O}{\|}}{C}} \rightarrow$$

chaque coupure marquant le point où une molécule d'eau peut ultérieure-

(¹) Séance du 20 février 1928.

ment venir se fixer si l'on opère une seconde hydrolyse qui restitue les acides amidés constitutifs.

Il est remarquable que cette *chaîne protéique* constitue un groupement de longueur indéterminée et complètement indépendant, quant à sa nature, de la composition chimique des acides constituants. En outre, cette chaîne est orientée.

Il est tout naturel de penser que les substances capables d'adsorption spécifique sont formées de semblables chaînes, plus ou moins *ramifiées*, et possédant ainsi des *polygones moléculaires* géométriquement définis.

C'est ici qu'apparaît brusquement l'explication du phénomène spécifique : si deux substances différentes sont telles que certains polygones de l'une sont rigoureusement égaux à certains polygones de l'autre, chacune des chaînes étant cependant orientée en *sens inverse* de la chaîne correspondante de l'autre polygone, l'accolement suivant peut se produire sur tout le périmètre des polygones :

```
→  N — C — C -¦- N — C — C -¦- N — C — C -¦- N — C — C  →
   O       ‖ ¦  O       ‖ ¦  O       ‖ ¦  O       ‖
   ‖       O ¦  ‖       O ¦  ‖       O ¦  ‖       O
←  C — C — N -¦- C — C — N -¦- C — C — N -¦- C — C — N  ←
```

Chaque substance est donc incapable de se précipiter *elle-même*, ses polygones étant tous de même sens; la précipitation n'est possible que pour des substances rigoureusement déterminées. Quant aux propriétés chimiques spéciales dues aux différents radicaux R des acides constitutifs, elles n'interviennent pas dans cette sélection d'ordre surtout *géométrique*. Il est possible toutefois qu'elles puissent l'empêcher si, par exemple, une affinité chimique prépondérante, en quelques points des chaînes en présence, contrarie l'accolement des maillons. Cet accolement ne met, en effet, en jeu que des affinités très faibles, dont la saturation mutuelle fait précisément disparaître le caractère hydrophile d'où résultait la stabilité des suspensions colloïdales.

Enfin ce caractère géométrique général, qui met en évidence la présence, le long des chaînes, d'une disposition *périodique* et *orientée*, pourrait être rapproché de la propriété de certaines fibres protéiques, où l'on remarque la propagation d'une sorte d'*influx* irréversible.

RELATIVITÉ. — *Sur la vitesse de la Terre*. Note M. E. BRYLINSKI.

La récente Note (¹) de MM. Piccard et Stahel accentue la divergence qui nous sépare, en ce sens qu'elle se base de plus en plus sur des interprétations, qui sont évidemment discutables, alors que nous nous sommes attaché surtout aux résultats expérimentaux, qui constituent des faits matériels.

Le 15 septembre 1925, Miller a obtenu vers 6^h un minimum secondaire de 7,1 km : s (²). Pour cette vitesse, MM. Piccard et Pictet auraient eu une sinusoïde d'amplitude $\pm 0,0016$ frange. Par le procédé de réduction qu'ils ont employé, et qui a eu vraisemblablement pour effet de diminuer les amplitudes des courbes individuelles, ils ont obtenu une courbe moyenne (³) où l'on trouve des amplitudes de $\pm 0,00088$ et de $-0,00049$. N'est-ce pas le même ordre de grandeur?

Voyons les interprétations : le minimum de 6^h du matin correspond à une déviation *moitié* de celle qui correspond au maximum; peut-on normalement considérer comme sans importance et purement fortuite une variation d'allure systématique réduisant l'ordonnée à moitié? Le contraste entre les courbes journalières obtenues par Miller à l'équinoxe de printemps et à l'équinoxe d'automne nous semble, au contraire, particulièrement caractéristique; il est, d'ailleurs aisé à expliquer.

D'autre part, toutes les courbes publiées par Miller indiquent un minimum profond (déviation réduite à $\frac{1}{10}$) vers 18^h (temps civil); comment peut-on en conclure que le phénomène observé dépend uniquement du temps sidéral et non du temps civil?

MM. Piccard et Stahel extraient de leur courbe moyenne la sinusoïde la plus probable, dont l'amplitude n'est que de $\frac{1}{10}$ de celle de la courbe; n'y a-t-il pas dans ce calcul une importante part d'arbitraire?

Il est regrettable que MM. Piccard et Stahel n'aient pas publié les résultats des essais auxquels ils ont procédé les 16 et 17 septembre 1927 entre 17 et 18^h. Il est vraisemblable, en effet, que les perturbations introduites dans les courbes par le fonctionnement même de l'appareil ont peu varié au cours de ces deux journées, de sorte que la comparaison des résultats obtenus le

(¹) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 430.
(²) *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1458.
(³) *Comptes rendus*, **185**, 1927 p. 1200.

matin et le soir permettrait des conclusions plus précises et plus sûres que celles provenant des seuls essais du matin.

Signalons enfin que nous avons évité jusqu'à présent d'employer l'expression vent d'éther et même le mot éther. L'explication classique de l'expérience de Michelson est, en effet, indépendante des propriétés et même de l'existence de l'éther. Ce n'est que lorsqu'on se trouve en présence de résultats positifs, mais plus petits que l'effet attendu, que l'hypothèse de l'entraînement de l'éther constitue une explication commode, soulevant d'ailleurs certaines critiques, parmi plusieurs autres possibles, mais également contestables.

RELATIVITÉ. — *Le principe de relativité et la loi de la gravitation.* Note de M. **Girault**, présentée par M. L. Lecornu.

Principe de relativité et équations de la gravitation (*cas d'un astre sphérique*). — En choisissant un mode de représentation euclidienne particulier [mode de représentation conforme au système dit « de coordonnées isotropiques d'Eddington » ([1])], le principe de relativité exige ([2]) que les lois du mouvement libre d'une particule matérielle dans le champ de gravitation d'un astre sphérique soient de la forme

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 + R^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \Phi^2\left[1 - (1-v^2)\frac{\Phi^2}{F^2}\right],$$
$$R^2\frac{d\theta}{dt} = c\Phi^2:$$

R, distance de la particule au centre de l'astre, évaluée d'après le mode de représentation particulier considéré;

$F = G$ et $\Phi = \Psi$, coefficients de raccourcissement, dans les sens transversal et radial, des solides et coefficients de variation de la vitesse de la lumière;

dt, élément de temps classique;

v et c, constantes caractéristiques de la trajectoire.

En adoptant, ce qui est facultatif, un mode de représentation euclidienne quelconque, les quantités R, dR, F, G, Φ et Ψ prennent les nouvelles

---

([1]) Voir J. Becquerel, *Champ de gravitation d'une sphère matérielle et signification physique de la formule de Schwarzschild*, p. 23 (J. Hermann, 1923).

([2]) Voir Fr. Girault, *Le problème de la gravitation* (Gauthier-Villars, 1924).

valeurs r, dr, $f(r)$, $g(r)$, $\varphi(r)$ et $\psi(r)$ liées aux anciennes par les relations

$$F(R) = \frac{R}{r} f(r) = \frac{dR}{dr} g(r),$$

$$\Phi(R) = \frac{R}{r} \varphi(r) = \frac{dR}{dr} \psi(r).$$

En éliminant R, dR, F et Φ, on obtient

$$\frac{f^2}{g^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \varphi^2\left[1 - (1 - v^2)\frac{\varphi^2}{f^2}\right] \quad \text{et} \quad r^2\frac{d\theta}{dt} = c\varphi^2.$$

On peut donner à ces équations une forme analogue à celle des équations d'Einstein-Schwarzschild en substituant à l'élément de temps classique dt l'élément de temps einsteinien ds qui est le temps tel que le mesurerait un observateur qui serait entraîné avec son horloge dans le mouvement planétaire considéré.

ds est plus petit que dt du fait que l'horloge entraînée subit un double ralentissement de marche : d'une part $\sqrt{1 - v^2}\,\frac{\varphi}{f}$ du fait de sa vitesse, d'autre part $\frac{\varphi}{f}$ du fait de sa proximité de l'astre. Donc :

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{1 - v^2}\,\frac{\varphi^2}{f^2}.$$

Nos équations peuvent donc encore s'écrire :

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = \frac{f^4}{\varphi^4(1 - v^2)}\left\{\frac{c^2\varphi^2}{r^2}(\varphi^2 - \psi^2) + \psi^2\left[1 - (1 - v^2)\frac{\varphi^2}{f^2}\right]\right\},$$

$$r^2\frac{d\theta}{ds} = \frac{c.f^2}{\sqrt{1 - v^2}}.$$

Loi d'Einstein-Schwarzschild. — On peut s'assurer que les équations d'Einstein-Schwarzschild sont bien de la forme générale imposée par le principe de relativité en remplaçant $f(r)$, $g(r)$, $\varphi(r)$ et $\psi(r)$ respectivement par 1, $\sqrt{1 - \frac{2m}{r}}$, $\sqrt{1 - \frac{2m}{r}}$ et $1 - \frac{2m}{r}$. Il vient :

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = \frac{1}{1 - v^2} \times \left\{\frac{2mc^2}{r^3} + \left[1 - (1 - v^2)\left(1 - \frac{2m}{r}\right)\right]\right\},$$

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = \frac{v^2}{1 - v^2} + \frac{2m}{r} + \frac{2mc^2}{r^3(1 - v^2)}, \qquad r^2\frac{d\theta}{ds} = \frac{c}{\sqrt{1 - v^2}},$$

ou encore, en posant $k^2 = \frac{1}{1 - \varepsilon^2}$, $h = \frac{c}{k}$,

$$\left(\frac{dr}{ds}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\theta}{ds}\right)^2 = k^2 - 1 + \frac{2m}{r} + \frac{2mh^2}{r^3},$$

$$r^2\frac{d\theta}{ds} = h \quad \text{avec} \quad \frac{ds}{dt} = \frac{1 - \frac{2m}{r}}{k}.$$

Telles sont bien les équations d'Einstein-Schwarzschild [1].

Quelle est la loi la plus vraisemblable? — Quelles sont les formes des fonctions $f(r)$, $g(r)$, $\varphi(r)$ et $\psi(r)$ entre lesquelles le principe de relativité ne fournit qu'une seule relation?

Les observations astronomiques sur l'incurvation des rayons lumineux conduisent à admettre, pour g et ψ, des développements en série commençant par

$$g(r) = 1 - \frac{m}{r} \pm \ldots, \qquad \psi(r) = 1 - \frac{2m}{r} \pm \ldots$$

Il est d'ailleurs vraisemblable que g et ψ s'annulent pour $r = 0$ et que

$$\psi(r) = g^2(r) = e^{-\frac{2m}{r}}.$$

La nécessité d'expliquer le mouvement du périhélie de Mercure oblige alors à admettre, pour f et φ, des fonctions commençant par les termes

$$f(r) = 1 - \frac{m}{r} \pm \ldots \qquad \varphi(r) = 1 - \frac{2m}{r} \pm \ldots$$

Il devient alors évident que $\varphi(r) = \psi(r) = f^2(r) = g^2(r) = e^{-\frac{2m}{r}}$.

Quant à la loi d'Einstein, peu satisfaisante à différents égards, elle impliquerait un éther — de l'existence duquel il n'y a nullement lieu de douter — trop invraisemblable pour avoir de sérieuses chances d'être la loi exacte.

---

(1) Voir, par exemple, J. Becquerel, *Champ de gravitation d'une sphère matérielle*, p. 7.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'affinité de l'oxygène pour les électrons.* Note (¹) de M. **Mario A. da Silva**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans une Note précédente (²), on a montré comment les courbes d'ionisation dans l'argon pur sont déformées par addition d'oxygène. Ces expériences ont été reprises dans le cas où l'ionisation est produite dans une couche mince de gaz à la surface de l'un des plateaux du condensateur de mesure. Ce plateau est porté à la tension, et le plateau opposé, distant de 5^{cm}, est relié à un électromètre à quadrants.

La figure 1 montre les résultats obtenus à la pression de 701^{mm} de mercure et à la température de 22°. Les courbes I et III sont relatives à l'argon pur et montrent que le courant qui traverse le gaz dépend énormément du sens du champ appliqué. Quand le courant est transporté par les ions négatifs (courbe I), la saturation est obtenue pour une tension de 3×88 volts, tandis qu'il faut une tension six fois plus grande quand le transport a lieu par les ions positifs. Ceci met en évidence la grande différence de mobilité des deux espèces d'ions et conduit à penser que, dans l'argon pur, les charges négatives sont constituées par des électrons libres.

Si l'on ajoute maintenant de l'oxygène en proportion croissante, on constate que la courbe I se déforme progressivement et que, par contre, la courbe III reste la même. Sur la figure 1, la courbe II montre la grande déformation de la courbe I pour une proportion de 3 pour 100 d'oxygène. Une déformation notable est déjà observée pour une proportion de 3×10^{-4} seulement d'oxygène.

Il ressort nettement de ce résultat que les molécules d'oxygène fixent les électrons avec une très grande facilité, tandis que, ainsi qu'il sera établi dans une prochaine Note, *tous* les électrons restent libres dans l'argon parfaitement pur.

Le fait que la courbe III ne subit aucune déformation donne à penser que les molécules d'oxygène ne se fixent pas sur les ions positifs d'argon pour former des ions complexes.

Il pourrait toutefois se produire que les ions positifs d'argon arrachent un électron aux molécules neutres d'oxygène qu'ils rencontrent, la diffé-

---

(¹) Séance du 19 décembre 1927.

(²) Mario A. da Silva, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 65.

rence des mobilités des ions positifs d'argon et des ions positifs d'oxygène étant trop petite pour qu'il en résulte une déformation de la courbe III.

La courbe II montre une autre particularité qui mérite d'être signalée. Elle diffère très peu de la courbe des ions positifs pour les faibles tensions, ce qui indique que la mobilité moyenne des ions négatifs est voisine de celle des ions positifs. On voit cependant que lorsqu'on augmente la tension, les deux courbes se séparent et la courbe II approche rapidement de la saturation. La mobilité moyenne des ions négatifs doit être ainsi *fonction du champ appliqué*. Ceci contredit certains résultats qui ont été obtenus par

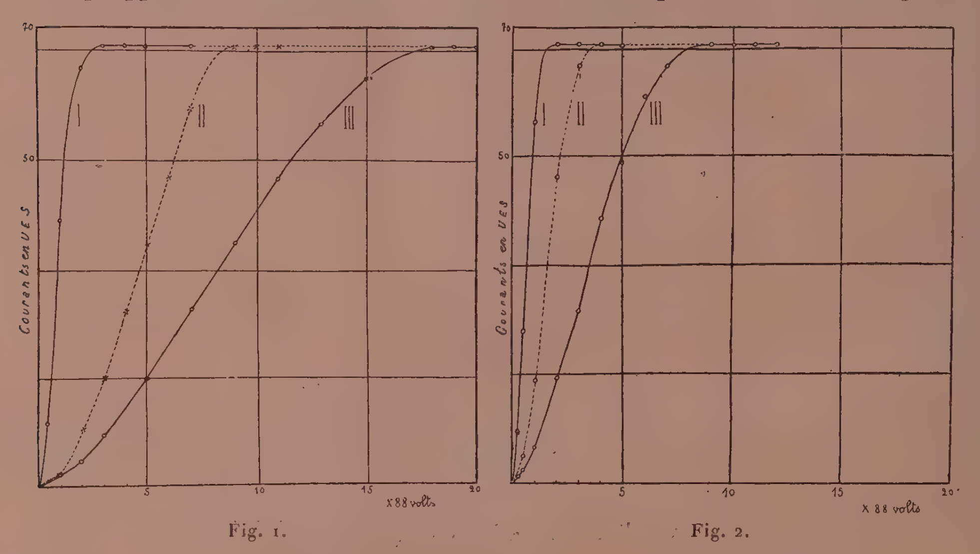


Fig. 1. Fig. 2.

d'autres expérimentateurs et qui indiquent que les grandes mobilités qu'on trouve dans l'argon tombent à la valeur normale de la mobilité des ions négatifs dans les gaz pour une certaine proportion d'oxygène, indépendante du champ.

Sur la figure 2, on voit l'effet de la pression sur la déformation relative des courbes d'ionisation. Les courbes I, II et III correspondent à celles de la figure 1, seulement elles ont été obtenues à la pression de 272^{mm}. La proportion de l'oxygène et la valeur du courant de saturation sont les mêmes dans les deux cas. On voit que la déformation est d'autant plus petite que la pression est elle-même plus petite.

Tous ces résultats peuvent s'interpréter si l'on tient compte de la théorie de J.-J. Thomson qui suppose que la formation des ions négatifs dans les gaz dépend d'une constante qui définit la probabilité pour qu'un électron qui rencontre une molécule du gaz se fixe sur elle et forme un ion.

CHIMIE ORGANIQUE. — *αα'-diméthylcyclohexanones.*
Note de M. R. **Cornubert**, présentée par M. Ch. Moureu.

Au cours d'un travail qui a fait l'objet d'une précédente Note [1] nous avons eu besoin d'αα'-diméthylcyclohexanone. Nous nous sommes adressé à cet effet à une méthode déjà utilisée par nous, au procédé de Kötz et Blendermann [2] qui consiste à partir d'α-méthylcyclohexanone et à purifier la cétone cherchée en passant par l'intermédiaire de son oxime.

Lors de notre première préparation nous n'avions obtenu qu'une oxime fondant à 119° C. Dans ces nouvelles recherches nous avons pu isoler deux oximes, l'une A fondant à 119°, l'autre B suintant à 63°, fondant à 64-65° en un liquide qui n'a été complètement clair qu'à 69°. Ces deux oximes ont pu être séparées grâce à leur grande différence de solubilité dans l'alcool méthylique, la première étant nettement soluble dans l'alcool bouillant et peu soluble dans l'alcool froid, la seconde étant extraordinairement soluble dans l'alcool froid. Ayant réalisé plusieurs opérations d'oximation, nous avons pu observer que, d'une opération à l'autre, la quantité de l'une de ces oximes par rapport à l'ensemble des deux, pouvait, même avec le même échantillon de cétone, varier presque de 0 à 100 pour 100 sans que nous ayons pu jusqu'ici en trouver la cause exacte.

De ces deux oximes nous avons alors régénéré les cétones qui ont présenté les constantes suivantes : 1° *Cétone* A : $Eb_{11} = 85°$; $d_{18} = 0,914$; $n_D^{18} = 1,4486$. R. M. : trouvé, 36,9; calculé, 36,9. — 2° *Cétone* B : $Eb_{11} = 80°,5$; $d_{18} = 0,911$; $n_D^{18} = 1,4482$. R. M. : trouvé, 37,0. La facilité d'hydrolyse de ces deux oximes n'est pas la même; tandis que l'oxime A ne s'hydrolyse qu'à partir de 60°, l'oxime B est grandement hydrolysée à 25-30°; toutefois elle laisse un louche qui disparaît à 60-65°; cette oxime B doit donc être souillée d'un peu d'oxime A. Nous avons ainsi retrouvé les deux oximes de Zelinsky [3] fondant à 117-118° et 63-67°, obtenues à partir d'une cétone préparée par cyclisation de l'acide diméthylpimélique.

Avec l'aldéhyde benzoïque et l'acide chlorhydrique, ces deux cétones nous ont fourni une combinaison tétrahydropyronique $C^{22}H^{24}O^{2}$ avec un rendement de 100 pour 100; mais, tandis que dans notre première

---

(1) Cornubert, *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 441.
(2) Kötz et Blendermann, *J. f. prakt. Chem.*, **88**, 1913, p. 257.
(3) Zelinsky, *Ber. der chem. Ges.*, **30**, 1897, p. 1543.

étude ([1]) la cétone A, la seule dont nous disposions alors, avait engendré une substance fondant à 197-198°, dont nous avons pu de nouveau vérifier l'homogénéité, cette même cétone nous a donné une grande quantité d'une autre « tétrahydropyronique » fondant à 175°, souillée d'une très petite quantité d'un corps d'aspect totalement différent, fondant à 216°, répondant encore à la formule $C^{22}H^{24}O^{2}$. Or la cétone B nous a donné la même substance fondant à 175° accompagnée d'une petite quantité de cette « tétrahydropyronique » 216. Cette « pyronique » 175 a distillé à 271° sous 20^{mm} et, par cristallisation dans l'alcool, a conduit au même point de fusion.

Les deux cétones donnant les mêmes combinaisons tétrahydropyroniques, nous sommes repassé des cétones aux oximes. Par la méthode à l'acétate de sodium la cétone A a engendré 50 pour 100 de chacune des oximes A et B, la cétone B nous a fourni 85 pour 100 d'oxime B et 15 pour 100 d'oxime A. Par la méthode à la soude, cette dernière étant employée en excès, la cétone A nous a donné l'oxime A sans toutefois que nous puissions affirmer qu'il ne se soit pas produit une trace d'oxime B ; la cétone B a conduit à 80 pour 100 d'oxime A à côté de 20 pour 100 d'oxime B. De plus la distillation des oximes A et B n'a respectivement fourni que ces oximes A et B, même après recristallisation.

Enfin les cétones A et B ont donné une semicarbazone fondant à 196-197° (n. corr.) (Zelinsky : A, 183-184°; B, 197-198°) dont le mélange a encore fondu à cette température (tandis que le mélange avec la semicarbazone d'αα-diméthylcyclohexanone, fondant à 195-196°, a fondu à 176°). Nous avons donc obtenu la même semicarbazone avec les deux cétones.

Ainsi on connaît actuellement trois tétrahydropyroniques d'αα'-diméthylcyclohexanones et l'on donne trois points de fusion aux oximes : 64-65°, 86° ([2]), 119° (corr.). L'oxime 64-65° est-elle l'oxime 86° souillée d'un peu d'oxime 119°, c'est ce que nous allons essayer de déterminer. Dans tous les cas, la chimie des αα'-diméthylcyclohexanones semble riche en phénomènes de transposition, et ceci expliquerait les discordances que l'on observe lorsque l'on compare les points de fusion donnés par différents auteurs pour les oximes et les semicarbazones ([3]).

([1]) A. Haller et R. Cornubert, *Comptes rendus*, **180**, 1925, p. 1988.

([2]) Skita, *Ber. der chem. Ges.*, **56**, 1923, p. 2291 (ce serait l'oxime de l'isomère *trans*).

([3]) A. Haller et R. Cornubert, *Bull. de la Soc. chim.*, 4e série, **39**, 1926, p. 1635.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la réaction de Houben.* Note de M. L. Bert, présentée par M. Charles Moureu.

Houben [1] a institué une méthode de préparation d'hydrocarbures basée sur la réaction suivante :

$$RMgX + R'X' = RR' + MgXX'.$$

Cette méthode exige le plus souvent une élévation de température qu'on réalise en distillant l'éther et en le remplaçant par un hydrocarbure à point d'ébullition élevé : benzène, toluène, xylène. Les auteurs qui ont employé ces carbures comme diluants ont obtenu des rendements toujours faibles et parfois nuls.

Le but de cette Note est d'indiquer la cause de ces échecs partiels ou complets et par suite les moyens d'y remédier.

En cherchant à préparer le propylisopropylbenzène par réaction du chlorure de cumyle sur le bromure d'éthylmagnésium, nous avons obtenu [2], au lieu du produit attendu, un hydrocarbure nouveau, de formule $C^{17}H^{20}$, résultant de la soudure du radical cumyle sur le noyau du toluène. Pour expliquer toutes les particularités de la réaction, il est plausible d'admettre qu'elle se passe d'abord comme Houben l'a montré :

$$C^2H^5MgBr + (1)CH^2ClC^6H^4 - CH(CH^3)^2(4)$$
$$= (1)C^2H^5CH^2 - C^6H^4 - CH(CH^3)^2(4) + MgBrCl.$$

Puis MgBrCl agit, dès qu'il est en quantité suffisante, comme le chlorure d'aluminium dans la réaction de Friedel et Crafts :

$$C^{10}H^{13}Cl + C^6H^5 - CH^3 = C^{10}H^{13} - C^6H^4 - CH^3 + HCl.$$

L'acide chlorhydrique naissant réagit alors sur le magnésien comme le font tous les corps possédant un atome d'hydrogène mobile :

$$C^2H^5MgBr + HCl = C^2H^6 + MgBrCl.$$

Pour vérifier cette hypothèse nous avons répété l'expérience précédente en remplaçant le toluène par un carbure saturé : cyclohexane ou benzine

(1) Houben, *Ber. der chem. Ges.*, 36, 1903, p. 3083.
(2) L. Bert, *Bull. Soc. chim.*, 37, 1925, p. 1586.

de pétrole, distillant de 70° à 90°. Elle a réussi et nous a donné du *p*-propyl-isopropylbenzène avec un rendement d'environ 50 pour 100.

La réaction est générale : le chlorure de benzyle réagissant, dans les mêmes conditions, sur les bromures d'éthyl, de *n*-propyl et de *n*-butylmagnésium nous a fourni les *n*-propyl, *n*-butyl et *n*-amylbenzène avec des rendements respectifs de 70, 26 et 47 pour 100.

Il se produit alors une nouvelle réaction secondaire qui a pour effet principal de provoquer la duplication du radical de l'halogénure arylaliphatique condensé avec un magnésien. Par exemple, avec le chlorure de benzyle et le bromure d'éthylmagnésium il se forme, au cours de l'opération, de l'éthane et de l'éthylène qui se dégagent, et du dibenzyle. Les équations suivantes expliquent leur genèse :

$$C^2H^5MgBr + 2\,C^6H^5CH^2Cl = C^2H^4 + C^6H^5CH^2CH^2C^6H^5 + MgBrCl + HCl$$
$$C^2H^5MgBr + HCl = C^2H^6 + MgBrCl.$$

On pouvait redouter que les halogénures de magnésium ne produisent une transposition moléculaire dans les chaînes latérales à plus de deux atomes de carbone créées, comme le fait le chlorure d'aluminium dans la réaction de Friedel et Crafts. Cette crainte ne nous a pas encore paru fondée; nous n'avons pas réussi davantage à obtenir de l'acétophénone par réaction du chlorure d'acétyle sur le benzène, en présence de MgBrCl.

En résumé, les rendements faibles ou nuls observés jusqu'ici dans la mise en œuvre de la réaction de Houben paraissent dus à un pouvoir condensant des halogénures de magnésium qu'elle engendre, comparable, dans une certaine mesure, à celui du chlorure d'aluminium dans la méthode de Friedel et Crafts.

On améliore beaucoup ce rendement en opérant au sein d'un hydrocarbure saturé tel que le cyclohexane ou mieux la benzine de pétrole distillant de 70° à 90°.

La réaction de Houben ainsi modifiée présente tous les caractères d'un bon procédé de préparation. Son champ d'application devient vaste, aujourd'hui que l'on sait obtenir commodément les homologues du chlorure de benzyle [1].

---

[1] G. Blanc, *Bull. Soc. chim.*, 33, 1923, p. 317.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la combustion lente des hydrocarbures.* Note de M. **Stanislas Landa**, présentée par M. Charles Moureu.

La combustion lente des hydrocarbures a été étudiée surtout par W. A. Bone avec ses collaborateurs ([1]).

Le résultat de leurs travaux est condensé dans la théorie d'hydroxylation (*the hydroxylation Theory*) :

Un hydrocarbure quelconque soumis à la combustion lente possède une tendance naturelle à la transformation successive des atomes d'hydrogène en groupes OH avec dégagement de chaleur. La stabilité des molécules formées dépend naturellement de la température et d'autres facteurs. Ainsi Bone considère que la combustion du méthane a lieu selon le processus suivant :

$$\begin{array}{ccccccccc} 1. & & 2. & & 3. & & 4. & & 5. \\ CH^4 & \rightarrow & CH^3OH & \rightarrow & CH^2(OH)^2 & \rightarrow & OH & \rightarrow & OH \\ & & & & \downarrow & & | & & | \\ & & & & H^2O + HCOH & \rightarrow & H.C:O & \rightarrow & OH.C:O \\ & & & & & & \downarrow & & \downarrow \\ & & & & & & H^2O + CO & & H^2O + CO^2 \end{array}$$

En dehors du méthane, Bone a étudié la combustion lente de l'éthane, du propane, du butane, de l'éthylène, du propylène, du butylène et de l'acétylène. Parmi les produits de la combustion lente il a pu découvrir, en dehors de CO, CO^2, H et H^2O, l'aldéhyde formique et l'aldéhyde acétique.

Récemment H. L. Callendar ([2]) a soumis à la combustion lente l'hexane et a trouvé qu'il se forme en abondance des aldéhydes : entre autres les aldéhydes formique, acétique et valérique. Mais lui aussi, comme Bone, n'a pu trouver parmi les produits aucune trace d'alcools, et pour cette raison Callendar rejette la théorie d'hydroxylation de Bone et explique la production d'aldéhydes par formation préalable de peroxydes alkyliques.

J'ai soumis à la combustion lente la paraffine blanche fondant à 51° C. suivant le mode indiqué par M. F. Schulz ([3]) dans l'appareil figuré ci-après à une température de 280 à 300° C. (mesurée dans la paraffine liquide). Les flacons laveurs retiennent les produits solubles dans l'eau et une huile qui surnage.

([1]) *Trans. Chem. Soc.*, **81**, 1902, p. 535; **83**, 1903, p. 1074; **85**, 1904, p. 693 et 1637; **87**, 1905, p. 910 et 1232; **89**, 1906, p. 652, 660, 939 et 1614.

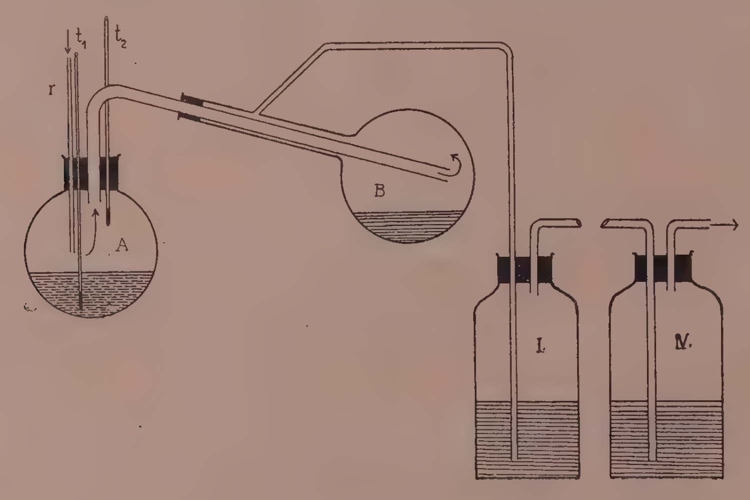
([2]) *Engineering*, **123**, 1927, p. 147, 182, 210.

([3]) *Chem. Revue über die Fett- und Harz-industrie*, **19**, 1912, p. 300, et **20**, 1913, p. 3.

J'ai séparé grossièrement, par rectification, l'eau des produits; puis par dessiccation au moyen de sulfate de sodium anhydre et une nouvelle rectification j'ai obtenu trois fractions :

Fraction.	°C.
I	45 à 60
II	60 à 70
III	70 à 80

Ayant soumis successivement ces diverses fractions à l'action oxydante du protoxyde d'argent, les aldéhydes seules se sont transformées en acides, tandis que les alcools et les cétones sont demeurés inaltérés.



J'ai pu ainsi déterminer que la première fraction contenait en majeure partie de l'aldéhyde propionique; dans les parties non oxydées de cette première fraction ainsi que dans celles de la deuxième j'ai identifié nettement l'acétone et l'alcool méthylique, non seulement par les réactions colorées, mais en les transformant en dérivés caractéristiques : l'acétone en semi-carbazone, l'alcool méthylique en iodure de méthyle et ensuite en iodure de triméthylphénylammonium, également, au moyen du chlorure de l'acide paranitrobenzoïque, en paranitrobenzoate de méthyle.

J'ai déterminé que la fraction 70-80° C. contenait de l'aldéhyde butyrique; en effet les produits d'oxydation de cette fraction ont donné les sels d'argent et de plomb correspondant à l'acide butyrique. Les parties non oxydées de cette fraction, rectifiées plusieurs fois, soumises à l'action du bisulfite de soude ont donné un dérivé bisulfitique correspondant à celui de la méthyl-

éthylcétone que j'ai pu ainsi isoler et caractériser. Dans la fraction n'ayant pas réagi avec le bisulfite de sodium, j'ai déterminé la présence de l'alcool éthylique que j'ai caractérisé par le même procédé que l'alcool méthylique.

Dans l'huile surnageant les fractions aqueuses provenant de la combustion lente de la paraffine, j'ai caractérisé la présence des aldéhydes : œnanthylique, caprylique, nonylique, caprique et undécylique. Il me reste encore à déterminer dans ces fractions une série de corps, notamment les alcools et les aldéhydes supérieurs.

Dès à présent les résultats que j'ai obtenus, résumés ci-dessus, constituent la première démonstration expérimentale de l'exactitude de la manière de voir de Bone sur la combustion lente des hydrocarbures.

Mes recherches m'ont en effet permis d'isoler et d'identifier les alcools et aldéhydes dont la présence indique ainsi nettement le processus de l'oxydation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition des anhydrides d'acides. Préparation des anhydrides par déshydratation directe des acides.* Note [1] de MM. **J. Campardou** et **M. Séon**, présentée par M. Sabatier.

I. *Décomposition des anhydrides.* — Perkin et, plus tard, E. Luce ont constaté que l'anhydride acétique pouvait se décomposer au contact de certains catalyseurs, en milieu liquide, pour donner de l'anhydride carbonique et de l'acétone.

Nous avons pensé que les catalyseurs, déjà indiqués par Sabatier et Mailhe pour obtenir, en phase gazeuse, la décomposition des acides organiques en anhydride carbonique, cétone correspondante et eau, donneraient la même réaction.

Effectivement, en faisant passer des vapeurs d'anhydride acétique sur une traînée de *thorine*, suivant la technique indiquée par ces derniers auteurs, nous avons obtenu des résultats semblables à ceux observés par Perkin et E. Luce.

La décomposition des anhydrides est plus facile que celle des acides. Elle est régulière et complète dès 300°. Celle des acides a lieu seulement, comme on sait, à 400-420°. Le gaz dégagé est totalement absorbable par la potasse; le liquide recueilli à la sortie du tube catalyseur donne, à la distillation, de l'acétone ($T = 56°$). A température plus élevée, il se forme en outre un

(1) Séance du 20 février 1928.

peu d'eau et d'oxyde de mésityle, provenant de la crotonisation partielle de l'acétone.

Dans les mêmes conditions, un mélange d'anhydride acétique et d'anhydride benzoïque, dans les proportions de 2^{mol} du premier, pour 1^{mol} du second, afin de faciliter le passage du mélange dans le tube capillaire, nous a donné aussi un dégagement d'anhydride carbonique et un produit liquide, constitué en majeure partie d'*acétophénone* (T = 202°).

Nous comptons étendre ces résultats aux autres anhydrides d'acides.

Malgré la thèse invoquée par Perkin et, aussi, par E. Luce, pour expliquer la décomposition de l'anhydride acétique, en milieu liquide, il ne semble pas douteux que la réaction obtenue, dans les conditions exposées, s'explique aisément, si l'on adopte la théorie développée par Sabatier et Mailhe, pour la transformation des acides en cétones. On peut admettre, de la même façon, que l'anhydride se salifie au contact de l'oxyde alcalino-terreux et que le sel formé se décompose ultérieurement en CO^2 et cétone.

Toutefois, il nous semble permis d'élargir cette théorie. Les expériences précédentes nous ont incité à penser que la décomposition des acides pouvait, en réalité, se produire en deux phases. Dans la première, l'acide serait transformé en anhydride par simple déshydratation; puis, l'anhydride se décomposerait à son tour, en donnant de l'anhydride carbonique et la cétone correspondante. Vers 400°, à la température indiquée par Sabatier et Mailhe, les deux phénomènes auraient lieu simultanément, puisque la décomposition de l'anhydride se produit dès 300°.

Ce point de vue offrirait l'avantage d'introduire une unité de vues remarquable dans l'ensemble des catalyses de déshydratation. La déshydratation des acides serait analogue notamment à celle des *alcools*, qui fournissent, comme on sait, les *éthers oxydes* correspondants.

II. *Déshydratation des acides.* — Pour achever de démontrer la réalité de notre interprétation, il nous restait à examiner s'il était possible d'obtenir les anhydrides, par déshydratation directe des acides.

Cette déshydratation n'avait pas encore été réalisée. On pouvait penser, cependant, que la réaction de décomposition des anhydrides, par hydratation en milieu liquide, avec retour aux acides

$$R-CO-O-CO-R + H^2O \rightarrow 2RCO^2H,$$

pouvait constituer un équilibre chimique, en phase gazeuse, et qu'elle pouvait devenir réversible entre certaines limites de température. Aussi bien, l'un de nous avait observé, précédemment, la formation de petites quan-

tités d'anhydride acétique, dans la préparation de l'acétophénone, par la méthode Sabatier et Mailhe, en présence d'oxyde de thorium.

Nous avons pensé, d'ailleurs, qu'il était plus logique, pour réaliser la déshydratation seule des acides, de s'adresser à un autre catalyseur : l'*oxyde de titane*. Sabatier et Mailhe ont indiqué en effet que son action se manifeste, sur la décomposition de l'acide formique, dans le sens de la déshydratation pure et simple

$$HCOOH \rightarrow CO + H^2O.$$

Nous avons donc fait passer des vapeurs d'acide acétique cristallisable, pur, sur une traînée de TiO^2, maintenue vers 300°. Le produit condensé a commencé à bouillir, à la température de 105°, nous avons constaté qu'il était formé d'un mélange d'eau, d'anhydride acétique et d'acide non décomposé. Par un titrage acidimétrique d'une partie du produit, il nous a été possible d'évaluer la quantité d'anhydride formé. Elle a été de 12,8 pour 100. Cette proportion constitue évidemment une limite inférieure, puisque l'anhydride doit forcément s'hydrater d'une façon continue, depuis le moment de sa formation et, surtout, pendant le titrage, en présence d'alcali.

Nous espérons obtenir, par la même voie, d'autres anhydrides. Nous comptons, aussi, préciser les conditions techniques, dans lesquelles il conviendrait de se placer, pour éviter, ou diminuer tout au moins, l'action de la vapeur d'eau sur l'équilibre, en absorbant H^2O dans le tube catalyseur lui-même, par un procédé approprié.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Mesures magnétiques dans l'est de la France.* Note de MM. **Gibault** et **P. Rougerie**, transmise par M. G. Ferrié.

Ayant été appelés à prendre part au nouveau levé magnétique de la France (subvention de la Fondation Loutreuil), nous avons pu, au cours de l'été 1926, effectuer 28 séries de mesures dans les départements de la Meuse et de la Meurthe-et-Moselle. Parmi ces 28 stations, une vingtaine ont été visitées autrefois par Moureaux. Les noms des 8 stations nouvelles sont en *italique* dans le tableau suivant qui donnent les valeurs des éléments magnétiques réduites au 1er janvier 1922 pour les différents points :

	D.	I.	H.	Situation magnétique au moment des mesures.
		Meuse (14 stations.)		
	° ′	° ′		
Bar-le-Duc	10.54,1	64.21,7	0,19894	calme (H), presque calme (D, I).
Clermont-en-Argonne	11. 3,3	64.40,5	0,19713	peu agitée (D, H), agitée (I).
Commercy	10.46,1	64.21,6	0,19917	calme (I, H), peu agitée (D).
Damvillers	10.51,3	64.46,9	0,19619	calme (D), presque calme (I, H).
Demanges-aux-Eaux	10.47,8	64.16,4	0,19915	presque calme (D, H), agitée (I).
Dun-sur-Meuse	11. 3,0	64.53,4	0,19610	calme (D), presque calme (I, H).
Étain	10.42,5	64.44,2	0,19685	calme (H), presque calme (D, I).
Montmédy	10.45,8	64.55,7	0,19582	calme.
Revigny	10.57,1	64.32,8	0,19850	calme (D), presque calme (I, H).
Saint-Mihiel	10.43,5	64.28,7	0,19871	calme (D), presque calme (H), peu agitée (I).
Spincourt	10.41,6	64.50,9	0,19641	calme.
Stenay	10.57,0	64.55,9	0,19573	calme.
Varennes-en-Argonne	10.59,2	64.50,0	0,19643	calme (H), presque calme (D, I).
Verdun	10.52,3	64.44,2	0,19746	calme.

Meurthe-et-Moselle (14 stations).

	D.	I.	H.	Situation magnétique au moment des mesures.
	° ′	° ′		
Avricourt	9.55,7	64.18,9	0,19983	presque calme (I, H), peu agitée (D).
Blainville	10.21,5	64.18,9	0,19988	calme.
Hussigny	10.39,9	64.49,7	0,19589	calme (D), presque calme (I, H).
Jarny	10.36,8	64.42,7	0,19756	calme.
Longuyon	10.47,3	64.53,0	0,19615	calme.
Longwy	10.40,8	64.55,9	0,19565	calme (D, H), presque calme (I).
Ludres	10.17,1	64.23,0	0,19906	presque calme (D, H), peu agitée (I).
Lunéville	10. 9,7	64.18,2	0,19875	presque calme (D), peu agitée (I, H).
Nancy	10.22,7	64.27,8	0,19842	calme.
Pompey	10.22,3	64.27,5	0,19871	calme (H), presque calme (D, I).
Pont-à-Mousson	10.25,4	64.26,7	0,19819	calme (D), presque calme (I, H).
Saulnes	10.33,0	64.52,7	0,19588	presque calme.
Toul	10.24,6	64.23,7	0,19854	calme.
Villerupt	10.31,9	64.56,8	0,19570	presque calme (D), peu agitée (H), agitée (I).

Les variations séculaires moyennes (1896-1922) pour chacun de ces deux départements ont pour valeurs respectives :

	ΔD.	ΔI.	ΔH.
Meuse	−3°,0′	−19′	+0,0009
Meurthe-et-Moselle	−3°,3′	−17′	+0,0008

Le tracé des courbes isomagnétiques dans cette région ne révèle aucune anomalie magnétique marquée. Toutefois, dans le Nord-Ouest du dépar-

tement de la Meuse, la légère déformation des courbes semble indiquer le prolongement de l'anomalie magnétique des Ardennes. Par contre, les gisements de minerai de fer ne paraissent pas avoir d'influence sur la distribution des éléments magnétiques dans ces deux départements.

BOTANIQUE.. — *Contribution à l'étude du chondriome d'un Champignon du genre* Saprolegnia. Note ([1]) de M. **Ph. Joyet-Lavergne**, présentée par M. L. Mangin.

Un des organismes dont la structure cellulaire est aujourd'hui le plus parfaitement connue est un Champignon du genre *Saprolegnia* découvert par Chaze ([2]) et dont Guilliermond a fait une étude cytologique très complète ([3]). Grâce à cette étude, cet organisme constitue un matériel favorable pour des recherches sur les qualités physico-chimiques du chondriome. M. Guilliermond ayant bien voulu mettre à ma disposition des cultures de ce *Saprolegnia*, j'ai pu reconnaître dans le chondriome les qualités suivantes :

1° *Le chondriome est le support du glutathion.* — Si l'on traite les filaments de *Saprolegnia* par une solution de nitroprussiate de sodium en milieu ammoniacal, on constate que les éléments du chondriome donnent la coloration rouge caractéristique du glutathion. Des réactions complémentaires, déjà utilisées ([4]) pour confirmer l'existence du glutathion dans divers tissus, donnent également des résultats positifs. Une solution aqueuse saturée d'acide picrique est diluée dans le double de son volume d'eau; à cette concentration, l'acide picrique donne une teinte rose sur les éléments du chondriome. Par l'action d'une solution aqueuse du chlorure de fer, les éléments du chondriome apparaissent plus sombres. Cette dernière réaction est inférieure aux deux autres, car elle entraîne pour le chondriome une tendance à la transformation des chondriocontes en chapelets de granules.

2° *Le chondriome a un pouvoir réducteur.* — La réaction de l'acide picrique et l'action du chlorure de fer ne sont pas en réalité des réactions spécifiques du glutathion. Heffter ([5]) les ayant employées comme réactifs

([1]) Séance du 20 février 1928.
([2]) J. Chaze, *Comptes rendus*, 179, 1924, p. 1188.
([3]) A. Guilliermond, *Arch. anat. mic.*, 23, 1927, p. 1.
([4]) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1088.
([5]) A. Heffter. *Mediz. naturw. Arch.*, 1, 1908, p. 81.

de la cystéine, on peut les utiliser comme réactions complémentaires du glutathion, mais la signification véritable de ces réactions est simplement la manifestation d'une réduction; elles démontrent que le chondriome a un pouvoir réducteur.

Le pouvoir réducteur du chondriome peut se manifester par d'autres réactifs. En ajoutant une goutte d'acide chromique à 1 pour 100 à une préparation de *Saprolegnia* sur lame, on constate que le réactif est réduit au niveau des éléments du chondriome, il les fait apparaître en sombre avec un reflet rose. La solution aqueuse de bichromate de potassium à 3 pour 100 est également réduite au niveau du chondriome qui se détache ainsi nettement dans la masse cytoplasmique.

Le *m*-dinitrobenzol qui est incolore prend par hydrogénation une couleur jaune. Si l'on place une goutte de solution saturée de *m*-dinitrobenzol dans l'alcool à 70° sur des filaments de *Saprolegnia*, on constate que les éléments du chondriome prennent une couleur jaune sombre.

3° *Le chondriome a un pouvoir oxydant.* — Ce pouvoir peut se manifester par l'action de réactifs qui se colorent par oxydation. Si l'oxydation de ces réactifs se produit au niveau des éléments du chondriome, ces éléments se détacheront plus nettement dans la préparation. Dans une solution aqueuse de métol à 2 pour 100, les chondriocontes sont noircis et les images obtenues se rapprochent des figures données par Guilliermond (¹) dans la recherche du chondriome par la méthode de Regaud (*fig.* 38, 4) pour une autre espèce de *Saprolegnia*.

La solution aqueuse à 2 pour 100 d'acide pyrogallique ou la solution aqueuse à 2 pour 100 de diamidophénol donnent également une coloration noire aux éléments de chondriome. Les résultats obtenus avec une solution aqueuse à 2 pour 100 du chloranol sont un peu moins nets.

Les trois qualités du chondriome : 1° présence du glutathion; 2° pouvoir réducteur; 3° pouvoir oxydant, ont été reconnues par des méthodes distinctes et indépendantes, mais les deux dernières qualités, qui sont des manifestations du pouvoir oxydo-réducteur du chondriome, peuvent être considérées comme des conséquences de la présence du glutathion.

Les réactifs utilisés pour l'étude de l'oxydation : métol, acide pyrogallique, diamidophénol, chloranol, peuvent se colorer en présence de l'oxygène de l'air, mais leur coloration est beaucoup plus lente que celle qui s'opère au niveau du chondriome. La surface du chondriome nous apparaît

---

(¹) A. Guilliermond, *Titres et travaux scientifiques*. Lyon, 1921, p. 78.

ainsi comme le siège d'une activation moléculaire; cette activation moléculaire doit jouer un rôle dans les oxydations dont la cellule vivante est le siège. Le changement de couleur du *m*-dinitrobenzol est dû à un phénomène d'hydrogénation, le mécanisme de l'activation moléculaire se manifesterait donc, dans ce cas, par la présence d'hydrogène actif à la surface du chondriome.

Ces constatations peuvent parfaitement s'accorder avec les diverses interprétations du mécanisme d'action du glutathion, toutefois elles ne nous permettent pas encore de décrire le mécanisme moléculaire précis suivant lequel s'effectuent les oxydo-réductions dont le chondriome est le siège dans la cellule vivante.

PHYSIOLOGIE. — *Effets de l'excitation simultanée du vague et du sympathique sur le cœur et sur l'intestin.* Note de M. **Raymond-Hamet**, présentée par M. Charles Richet.

Ayant démontré antérieurement que les substances sympathicolytiques n'agissent pas également sur les différents organes innervés par le sympathique, nous avons été amené à rechercher si l'excitation simultanée des nerfs antagonistes du système nerveux végétatif ne produit pas aussi des effets différents sur les divers organes innervés à la fois par le sympathique et le parasympathique. A dire vrai, les effets d'une telle excitation n'ont encore été que peu étudiés. Des travaux publiés sur l'excitation simultanée des accélérateurs et du vague cardiaque ainsi que de ceux qui ont été consacrés à l'étude de l'excitation de la corde du tympan et du sympathique on ne peut tirer de conclusion définitive. Il est vrai que les auteurs de ces travaux avaient utilisé la méthode de l'excitation électrique des troncs nerveux, méthode à laquelle nous avons préféré une technique pharmacologique.

On sait que l'adrénaline excite le système nerveux sympathique et par conséquent provoque une augmentation d'amplitude et une accélération des contractions cardiaques ainsi que l'inhibition des contractions intestinale; on sait aussi qu'elle provoque secondairement une excitation du centre du vague. Ainsi donc, sur un animal à vagues intacts, l'adrénaline excite simultanément les deux systèmes nerveux autonomes. Ce sont les effets de cette excitation sur un organe à innervation sympathique motrice,

le cœur, et sur un organe à innervation sympathique inhibitrice, l'intestin, qui ont fait l'objet de notre étude.

Après nous être assuré qu'une excitation électrique au niveau du cou du bout périphérique du pneumogastrique calculée pour produire un effet chronotrope négatif sur l'oreillette et le ventricule et un effet inotrope négatif sur l'oreillette, provoque une augmentation considérable de l'amplitude des contractions intestinales (*fig.* 1), nous avons injecté dans la

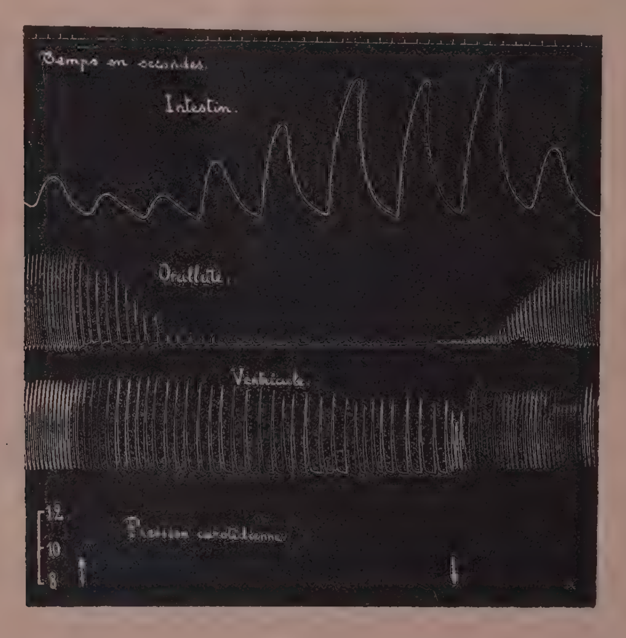


Fig. 1. — Chien de 16^{kg}, chloralosé (12^{cg} par kilogramme), thoracotomisé, à vagues intacts. — Contractions de l'intestin enregistrées par la méthode du ballon; contractions de l'oreillette et du ventricule enregistrées par la méthode de suspension; modifications de la pression carotidienne enregistrées par le manomètre à mercure. — ↑ Début de l'excitation du bout périphérique du vague au cou; ↓ fin de cette excitation. — Tracé réduit de moitié.

saphène d'un chien à vagues intacts une dose d'adrénaline provoquant des effets cardiaques analogues à ceux de cette excitation électrique du tronc du vague, et nous avons constaté (*fig.* 2) que pendant toute la durée de l'action de l'adrénaline les contractions intestinales demeurent inhibées. Ainsi donc, alors que pour le cœur c'est l'excitation du vague qui l'emporte sur celle du sympathique, pour l'intestin c'est celle du sympathique qui prédomine sur celle du vague.

On voit donc que les deux systèmes nerveux autonomes ne peuvent pas



Fig. 2. — Chien de 12kg, choralosé (12cg par kilogramme), thoracotomisé, à vagues intacts. — Mêmes techniques d'enregistrement que pour la figure 1. — Tracé réduit au tiers.

être considérés en bloc, ce qui explique que, comme l'a dit, dès 1913, Lœper, les « syndromes de sympathicotonie et de vagotonie ne se présentent pas aussi franchement » qu'on l'admet généralement.

PHYSIOLOGIE. — *Variations du* pH *sanguin et de la réserve alcaline au cours de la diète hydrique chez le chien.* Note [1] de MM. **Maignon** et **E. Knithakis**, présentée par M. E. Leclainche.

On est généralement d'accord pour considérer l'acidose du jeûne, chez l'homme comme une acidose compensée, avec fixité du pH sanguin et chute de la réserve alcaline, sauf chez l'enfant où elle peut être franchement décompensée (E. J. Bigwood).

Dans ces recherches nous avons étudié, chez le chien, les variations du pH, de CO^2 total et de la réserve alcaline du sang, au cours de la diète hydrique. Le pH sanguin a été déterminé par la méthode de A.-B. Hastings et J. Sendroy, le CO^2 du sang veineux à l'aide de l'appareil de Van Slyke (extraction du sang sous huile de vaseline) et la réserve alcaline par la méthode du même auteur (saturation en CO^2 du plasma oxalaté par insufflation d'air expiré).

Nous résumons les résultats obtenus dans le tableau suivant :

	pH sanguin.	CO^2 du sang.	Réserve alcaline.
VII. — Chien de 2 ans, 19^{kg} (janvier-février 1927).			
Alimenté	7,40	43,9	—
Diète hydrique. 10e jour	7,33	54,5	—
VIII. — Chien de 18 mois, 8^{kg} (février-mars 1927).			
Alimenté	7,40	51,7	—
Diète hydrique. 8e jour	7,34	47,3	—
Diète hydrique. 20e »	7,29	—	—
IX. — Chien de 15 mois, 13^{kg} (mars-avril 1927).			
Alimenté	7,40	44,0	—
Diète hydrique. 6e jour	7,37	51,3	—
Diète hydrique. 11e »	7,36	52,2	—

---

[1] Séance du 20 février 1928.

		pH sanguin.	CO^2 du sang.	Réserve alcaline
X. — Chien de 15 mois, 15^kg (mars–avril 1927).				
Alimenté		7,38	53,2	–
Diète hydrique.	7e jour	7,37	46,3	–
	13e »	7,37	48,4	–
XI. — Chien de 4 ans, 12^kg (avril-mai 1927).				
Alimenté		7,42	48,4	–
Diète hydrique.	20e jour	7,30	42,0	–
XII. — Chienne de 3 ans, 23^kg (mai-juin-juillet 1927).				
Alimenté		7,42	–	52,0
Diète hydrique.	13e jour	7,44	–	36,0
	27e »	7,36	–	51,5
	31e »	7,33	–	50,0
	37e »	7,42	–	50,8
	41e »	7,40	–	50,0
	48e »	7,38	–	52,5
XIII. — Chien âgé, 17^kg (juillet 1927).				
Alimenté		7,42	57,3	60,0
Diète hydrique.	4e jour	7,33	48,8	52,2
XIV. — Chienne de 2 ans, 18^kg (juillet 1927).				
Alimenté		7,43	53,2	55,3
Diète hydrique.	4e jour	7,33	48,0	52,9

ANALYSE DES RÉSULTATS. — *Modifications au cours des deux premières semaines.* — Dans six expériences sur huit, nous avons constaté une chute importante du pH, tandis que la réserve alcaline ou le CO^2 total ne subissaient que des variations très faibles et demeuraient dans les limites normales.

Il semble qu'avec le CO^2 total on obtienne des chiffres moins homogènes qu'avec la réserve alcaline. Dans quelques expériences nous avons même noté une augmentation de ce CO^2 total. Ces irrégularités ne tiendraient-elles pas à ce que, chez le chien, comme l'a fait remarquer Liégeois [1], l'hyperpnée émotive est fréquente au moment de la prise de sang. L'augmentation du CO^2 total, que nous avons observée quelquefois chez le chien inanitié, pourrait s'expliquer par une diminution de l'émotivité sous l'influence du jeûne.

---

(1) *Société Belge de Biologie*, 96, 1927, p. 425.

Le chien de l'expérience X s'est comporté comme l'homme au point de vue de l'acidose sanguine : fixité du pH avec diminution du CO^2 total. Il est intéressant de signaler qu'au point de vue cétose urinaire, c'est le seul pour lequel on ait constaté, comme chez l'homme, une augmentation de l'acide β-oxybutyrique et des corps cétoniques totaux, au lieu de la diminution, que nous avons montrée dans une précédente Note, être habituelle chez le chien.

Modifications au cours du jeûne prolongé. — Dans l'expérience XII, la survie a été de 61 jours. On peut y distinguer trois phases correspondant à trois périodes de 15 jours. Dans la première : fixité du pH et forte chute de la réserve alcaline. Dans la seconde, chute du pH et relèvement de la réserve alcaline. Dans la troisième, relèvement du pH. A cette dernière le pH et la réserve alcaline ont repris leur valeur normale. C'est la période d'amaigrissement extrême et d'ammoniurie. L'ammoniaque urinaire, que nous avons dosée à plusieurs reprises, oscille entre 2^g et $2^g,5$ par litre d'urine, alors que chez le chien normal elle est de $0^g,22$; chez le chien qui jeûne, au neuvième jour, de $0^g,88$ et au vingt-troisième jour, de $1^g,17$. La neutralisation de l'acidose sanguine ne serait-elle pas due à la formation d'ammoniaque, à cette période avancée de l'inanition ?

Conclusion. — Tandis que chez l'homme l'acidose du jeûne est presque toujours compensée, chez le chien elle ne l'est presque jamais : le pH s'abaisse, alors que la réserve alcaline ne subit pas de variations importantes.

Dans la diète hydrique prolongée, on peut observer des oscillations d'ordre inverse entre le pH et la réserve alcaline, ainsi qu'un relèvement à la normale de ces deux facteurs, au cours de la période cachectique finale, lorsque la survie est suffisamment prolongée.

BIOLOGIE. — *Le cycle de croissance chez une Planaire*, Planaria gonocephala *Dugès*. Note de M. **M. Abeloos**, présentée par M. F. Mesnil.

La croissance pondérale des Planaires est essentiellement discontinue : ces animaux subissent en effet, au cours d'un seul repas de quelques heures, des augmentations de poids pouvant aller dans certains cas jusqu'au doublement de leur poids initial; d'autre part, durant le laps de temps qui sépare nécessairement deux repas consécutifs, le jeûne se traduit par une chute de poids qui équivaut généralement à plus de la moitié du gain réalisé au cours du repas précédent.

Cependant, si l'on nourrit à intervalles réguliers et dans ces conditions toujours identiques des lots de Planaires *de différentes tailles*, la comparaison des gains réalisés par les divers lots au bout d'une période déterminée indiquera, en quelque sorte, les variations du pouvoir de croissance de l'organisme au cours même de sa croissance, et permettra même de définir, au moins pour les conditions de l'expérience, une véritable courbe de croissance.

Je suis parti de 5 lots de *Planaria gonocephala*, mises en expérience le 20 novembre, 5 jours après leur récolte. Le tableau ci-après indique le poids moyen des individus dans les différents lots. Les quatre premiers lots comprenaient 12 Planaires, le dernier 24. Les animaux, maintenus à une température constante de 20° C., étaient nourris régulièrement tous les trois jours de fragments de Lombric, et pesés avant et après chaque repas. L'expérience a été poursuivie pendant plus d'un mois, temps durant lequel les animaux ont pris successivement 12 repas. En fin d'expérience, la taille finale moyenne était, dans presque tous les lots, supérieure à la taille initiale moyenne du lot précédent.

Poids moyen d'un individu en milligrammes.

Lots.........	I.	II.	III.	IV.	V.
20 novembre 1927	22,3	12	6,6	4	1,3
21 novembre 1927 (fin du 1er repas)........	26	18,7	10,5	7	2,7
Gain du poids initial (pour 100)...........	16	56	59	75	107
9 décembre 1927 (fin du 7e repas)..........	30	21,4	15,4	11,9	5,9
24 décembre 1927 (fin du 12e repas)........	26,7	22,4	20,6	16,5	8,2
Gain du 21 novembre au 24 décembre......	0,7	3,7	10,1	9,5	5,5
Même gain du poids initial (pour 100)......	2	20	95	135	200

On constate à la fin du premier repas une augmentation pondérale très importante, compensant sans doute le jeûne, cependant de courte durée, qui avait précédé l'expérience. Au cours des repas suivants, l'augmentation de poids d'un repas à l'autre est faible, mais cependant sensiblement continue et régulière.

Seul le premier lot s'est comporté de façon aberrante : le poids moyen, qui s'était élevé jusqu'à 30^{mg} à la fin du sixième repas, a repris, en fin d'expérience, sensiblement sa valeur initiale. D'autre part, au cours des 10 jours qui ont suivi la fin de l'expérience, alors que les animaux étaient abandonnés à l'inanition, les 12 planaires du premier lot ont déposé

6 cocons. Il y a donc tout lieu de supposer que le premier lot avait atteint la taille maxima compatible avec les conditions de l'expérience, la fin du cycle de croissance étant accompagnée de la maturité sexuelle.

La comparaison des résultats fournis par les différents lots montre que l'augmentation pondérale absolue présente un maximum pour les individus de taille moyenne, aussi bien si l'on considère le gain au cours du premier repas que le gain réalisé entre la fin du premier repas et la fin du douzième. Au contraire, le gain relatif, rapporté à 100^{mg} de poids initial, décroît régulièrement lorsque la taille augmente. Le pouvoir de croissance de l'organisme s'affaiblit donc constamment au cours même de la croissance. Si l'on raccorde les fragments de courbe de croissance fournis par les différents lots, on obtient une courbe totale qui présente la forme en S typique.

La croissance d'un animal comprend généralement une série de cycles de croissance, correspondant à des phases plus ou moins bien définies de leur développement morphologique. Mes expériences mettent au contraire en évidence chez les Planaires un seul cycle de croissance. Ce fait est sans doute en rapport avec la grande simplicité du développement post-embryonnaire de ces animaux. Il est permis également de penser que les phénomènes si remarquables de réduction par le jeûne, qui conduisent à admettre pour les Planaires une véritable réversibilité de la croissance, sont liés à ce caractère monocyclique de leur développement.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Sensibilité du* Macacus rhesus *au virus de la fièvre jaune*. Note [1] de MM. **C. Mathis**, **A. W. Sellards** et **J. Laigret**, présentée par M. Roux.

Depuis les remarquables résultats obtenus par les Missions américaines et françaises et qui datent de plus d'un quart de siècle, aucun progrès important n'a été réalisé dans l'étude expérimentale du virus amaril. Ainsi que le faisaient déjà remarquer, en 1906, Marchoux, Simond et Salimbeni [2], le manque d'animaux sensibles, autres que l'homme, compliquait

(1) Séance du 13 février 1928.

(2) Marchoux, Simond et Salimbeni, *Ann. Inst. Pasteur*, **20**, 1906, p. 34.

singulièrement l'étude de la maladie. Durant plusieurs années, sur l'affirmation de Noguchi que le cobaye était l'animal de choix pour la reproduction expérimentale de la fièvre jaune, on crut la difficulté résolue et l'on abandonna généralement l'expérimentation sur les singes dont certaines espèces avaient d'ailleurs été reconnues comme réfractaires au virus amaril par Noguchi.

Cependant il paraissait indiqué de s'engager de nouveau dans cette voie ouverte déjà par Marchoux, Simond et Salimbeni en 1906 (1), et par H. W. Thomas en 1907 (2). C'est ce que fit Adrian Stokes qui entreprit récemment des expériences de transmission de la fièvre jaune au *Macacus rhesus*, et obtint ainsi les brillants résultats rapportés dans le *British medical Journal* du 1er octobre 1927. Ces recherches, interrompues par la mort prématurée de Stokes, méritaient d'être reprises et c'est ce qui a engagé l'un de nous à se rendre au Sénégal, avec un lot de *Macacus rhesus*, originaires des Indes britanniques et des élevages de *Stegomyia* provenant de la Havane.

Parmi les nombreuses expériences entreprises à l'Institut Pasteur de Dakar, nous n'en mentionnerons que trois relatives à la transmission du virus amaril de l'homme au singe par piqûres de *Stegomyia* et par inoculation du sang d'un malade atteint de fièvre jaune.

Un jeune Syrien, F. M., âgé de 17 ans, est vu le 20 décembre, à midi, au volant de son automobile, se rendant au Lazaret, où sa mère était en traitement pour fièvre jaune. Le même jour, dans la soirée, il est pris de fièvre avec frissons. Nous le voyons le lendemain, à 15h. Il était donc au plus à la 20e heure de la maladie, c'est-à-dire tout à fait au début d'une infection amarile qui évolua d'une façon légère, mais fut caractérisée par deux périodes fébriles séparées par une courte rémission. Les conjonctives légèrement jaunes présentaient des suffusions sanguines, les urines ne montraient que des traces d'albumine, mais au 7e jour de la maladie, avant l'entrée en convalescence, le malade était très abattu, avec hypotension et faiblesse cardiaque très marquée (température 36°,3; pouls à 60).

Le 21 décembre, à 15h, on fit piquer le malade par 16 *Stegomyia* qui furent conservés dans une double cage grillagée. En même temps on préleva du sang que l'on inocula à un *Macacus rhesus* (2^{cm^3} par voie sous-cutanée et 2^{cm^3} par voie intrapéritonéale). Deux jours plus tard, l'animal présenta une légère fièvre et au huitième jour après l'inoculation, il fut trouvé mourant. A l'autopsie, on constata un léger ictère et

(1) *Loc. cit.*, p. 33.

(2) H. W. Thomas, *British med. Journal*, 19 janvier 1907, p. 138.

des lésions ressemblant à celles de la fièvre jaune. Du sang et une émulsion de foie furent injectés à deux jeunes cobayes qui restèrent indemnes, ce qui exclut la présence du *Leptospira icteroides*.

Le 14 janvier 1928, c'est-à-dire 24 jours après le repas infectant, il restait 13 moustiques (3 avaient été sacrifiés pour examen sur frottis) qui furent placés sur un *Macacus rhesus*, en bon état; le singe fut piqué par 11 *Stegomyia*. Après 3 jours d'incubation, la température monta brusquement à 40°,9 dans l'après-midi du 17 janvier. Le 18, la température était à 40°,2. Le 19, l'animal était très abattu, il ne mangeait plus et présentait une forte dyspnée. Il mourut dans la nuit du 19 au 20 janvier. A l'autopsie, on trouva au niveau du foie, en surface et à la coupe, des îlots jaunâtres, indices d'une dégénérescence graisseuse. Une petite quantité d'urine prélevée dans la vessie accusa 2g,50 d'albumine par litre. Pas d'ictère des conjonctives ni des téguments, mais la graisse sous-cutanée était nettement plus jaune que normalement, pas de piqueté hémorragique sur la muqueuse de l'estomac qui était en état de vacuité.

Le 23 janvier, les mêmes *Stegomyia*, qui étaient encore au nombre de 12, furent reportés sur un second *Macacus rhesus*. Le 26, au matin, après 2 jours et demi d'incubation, l'animal présenta une forte élévation thermique à 41°,2 qui tomba à 40°,7 dans l'après-midi. Le lendemain, temp. M. 40°,3; S. 40°. Le 28 janvier, dans la matinée, le singe est inerte, les yeux clos, ne réagissant plus que par des plaintes. On compte 40 inspirations par minute et le pouls est à 144. Le singe meurt à 13h. A l'autopsie, pas de teinte jaune appréciable des téguments, pas d'ictère conjonctival, mais l'estomac contient une petite quantité de liquide de couleur bouillon sale contenant de petits filaments brunâtres et dans lequel l'examen chimique révéla une forte proportion d'hémoglobine. Le foie présentait sur les bords et à la coupe des lésions indiscutables de dégénérescence graisseuse; la vessie était vide.

En résumé, trois *Macacus rhesus* infectés, l'un par l'inoculation du sang d'un malade de fièvre jaune, les deux autres par piqûres de moustiques nourris sur le même malade, ont succombé à une infection que tout permet de considérer comme une fièvre jaune expérimentale.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1928.

Statistique mathématique, par G. Darmois. Paris, Gustave Doin, 1928; 1 vol. 18cm. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Les chemins de fer urbains parisiens, par Louis Biette. Préface de F Bienvenüe. Paris, J.-B. Baillière et fils, 1928; 1 vol. 23cm,5. (Présenté par M. d'Ocagne.)

Mémento du chimiste. II. — Partie industrielle, rédigé sous la direction de Marcel Boll et Paul Baud, par J. Boisseau, M. Caville, M. Chivoret, L.-P. Clerc, D. Élouard, R. Le Coarer. Paris, Dunod, 1928; 1 vol. 21cm. (Présenté par M. Ch. Moureu.)

Le Botaniste. Série XIX, fasc. I-VI. *Recherches sur l'assimilation chlorophyllienne et les questions qui s'y rattachent*, par P.-A. Dangeard. Paris, 1, rue Victor-Cousin, 1927; 1 vol. 25cm,5.

Les problèmes biologiques. X : *L'urée (recherches de chimie analytique, biologique et agricole). Les fonctions dinaphtopyranol, xanthydrol et sel de pyryle (chimie organique)*, par Richard Fosse. Paris, les Presses universitaires de France, 1928; 1 vol. 24cm,5.

Traité d'Analyse, par Émile Picard, 3e édition, tome III. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 25cm,5.

El Observatorio del Ebro. Idea general sobre el mismo por el Subdirector, par le R. P. Ignacio Puig. Tortosa, Imprenta moderna del Ebro de Algueró y Baiges, 1927; 1 vol. 24cm,5.

Déformation des surfaces étudiées du point de vue infinitésimal, par Bertrand Gambier, in *Mémorial des Sciences mathématiques*, fasc. 26. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1927; 1 fasc. 25cm,5.

Dictionnaire de Physiologie, par Charles Richet, 3e fasc. du tome X : *Man-Mo*. Paris, Félix Alcan, 1928; 1 vol. 28cm,5.

Annuaire pour l'an 1928, publié par le Bureau des Longitudes. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1928; 1 vol. 14cm.

La vie de Bernard Palissy, par Désiré Leroux. Paris, Champion, 1927; 1 vol. 22cm.

Nicolai Copernic *Torinensis de revolutionibus orbium cœlestium*, libri VI. Nuremberg, 1543; 1 vol. 28cm. (Reproduction en fac-similé.) (Présenté par M. Andoyer.)

Faune des colonies françaises, publiée sous la direction de A. Gruvel. *Contribution à l'étude de la faune du Cameroun*, par Th. Monod. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1927; 1 vol. 25cm,5. (Présenté par M. Mangin.)

La Géométrie non euclidienne, par P. Barbarin, suivie de notes par A. Buhl. Paris, Gauthier-Villars et Cie (*Scientia*, n° 15), 1928; 1 vol. 19cm.

Principles of Microscopy being a Handbook to the Microscope, by Sir A. E. Wright. London, Archibald constable et C°, Ltd, 1906; 1 vol. 26cm, 5.

ERRATA.

(Séance du 13 février 1928.)

Note de M. *Maurice Janet*, Sur un système d'équations aux dérivées partielles :

Page 419, l'équation (2) doit être lue :

$$(2)\qquad A[C(v)B(u)-C(u)B(v)]+C[A(v)C(u)-A(u)C(v)] \\ +B[B(v)A(u)-B(u)A(v)]=0.$$

Page 420, ligne 2, *au lieu de* $x_1 = x$, *lire* $x_1 = x_1^0$.

(Séance du 20 février 1928.)

Note de M. *E. Bruet*, Sur les conditions de formation et de conservation du Pliocène supérieur de la vallée de l'Aujon :

Page 511, ligne 17, *au lieu de* surmontant le diluvium gris décalcifié du Bassin de Paris, *lire* surmontant le diluvium gris non décalcifié du Bassin de Paris.